

## Приложеніе.

Начала Евклида съ пояснительнымъ введеніемъ и толкованіями. Ординарнаго профессора Императорскаго университета Св. Владимира *М. Е. Ващенко-Захарченко*. Кіевъ. 1880.

Извлеченіе изъ рецензіи проф. математики въ Бордо *J. Hoüel'*я (Bulletin des sciences Mathématiques et Astronomiques. T. IV. Mars. 1880).

Въ изданіяхъ знаменитой книги «Началь» не было недостатка; выписанное выше — по меньшей мѣрѣ 461-ое со времени изобрѣтенія книгопечатанія. Но, не смотря на постоянно возраставшее ихъ число, не доставало изданія, редактированнаго съ точки зрѣнія послѣднихъ открытій, сдѣланныхъ въ текущемъ полувѣкѣ, относительно природы принциповъ элементарной геометріи.

Теперь мы можемъ съ удовольствіемъ сообщить, что этотъ недостатокъ восполненъ замѣчательнымъ изданіемъ, котораго названіе приведено выше. Благодаря замѣчаніямъ и дополненіямъ, которыми ученый издатель обогатилъ свой трудъ, трактатъ Евклида можетъ теперь служить текстомъ въ элементарномъ преподаваніи и въ то-же время руководить геометровъ, желающихъ ознакомиться съ изысканіями самаго высокаго порядка, къ которымъ привело въ послѣдніе годы глубокое изученіе началъ науки о пространствѣ.

Сочиненію кіевского профессора предшествуетъ интересное введеніе, гдѣ упомянуты усилія, сдѣланныя въ послѣднее время многими извѣстными геометрами, привлечь снова вниманіе авторовъ и читателей въ безсмертному трактату Евклида, употребленіе котораго въ преподаваніи было оставлено повсюду, исключая Англии. Но если изученіе геометріи должно имѣть главною цѣлью развитіе логическихъ способностей, то ни что не можетъ быть полезнѣе глубокаго знакомства съ этимъ мастерскимъ произведеніемъ (*chef-d'oeuvre*) науки древнихъ, котораго новѣйшіе авторы еще не могли заставить забыть, которое въ теченіе XIX вѣковъ все еще остается самымъ совершеннымъ образцомъ строгихъ сужденій. Въ наше время наука расширилась вокругъ области элементовъ Евклида; изъ его принциповъ полученъ безконечный рядъ слѣдствій; самые принципы подвергнуты строгому изслѣдованію; но эти удивительные успѣхи не затронули содержанія сущности ученія александрійскаго геометра; всѣ улучшенія въ немъ сводятся къ немногимъ упрощеніямъ или исправленіямъ недосмотровъ въ подробностяхъ, которыхъ большая часть могла произойти отъ невѣжества переписчиковъ или неловкаго усердія комментаторовъ.

Но слѣдуетъ ли изъ этого, что книга Евклида въ своей архаической формѣ есть послѣднее слово геометрической науки и что должно подражать примѣру англичанъ, еще недавно изучавшихъ ее слово въ слово, какъ-будто священный текстъ? Мы далеко не думаемъ этого; по нашему твердому убѣжденію, гораздо выгоднѣе, при изученіи всякой науки, замѣнять синтетическій и аподиктический способъ древнихъ способомъ аналитическимъ, болѣе соответствующимъ современному уму, — способомъ, утверждающимъ истину только тогда, когда она доказана, приучающимъ умъ отдавать себѣ отчетъ во всемъ. Но тѣмъ не менѣе остается справедливымъ, что для того, кто стремится къ глубокому познанію геометріи, чтеніе Евклида есть одно

изъ самыхъ полезныхъ упражненій. Одна изъ причинъ, отвращавшихъ начинающихъ отъ этого изученія, была пространная и запутанная форма изложенія древнихъ, являвшаяся по необходимости, при недостаткѣ тѣхъ ясныхъ и сжатыхъ означеній, употребленію которыхъ математика обязана большею частью безчисленныхъ и поразительныхъ успѣховъ въ два послѣдніе вѣка. Большинство переводчиковъ Евклида считали себя обязанными сохранять древнюю форму изложенія, смотря на свой трудъ съ точки зрѣнія археологической и литературной, а потому и не удивительно, что этотъ древній геометръ, переводимый лишь на половину, почти всюду былъ оставленъ и замѣненъ его наследниками, выражавшимися современнымъ и легко понятнымъ языкомъ.

Однако существуетъ нѣсколько изданій «элементовъ», гдѣ удобства современнаго читателя приняты во вниманіе. Мы можемъ цитировать изданіе Барроу (Barrow) 1655 г. въ Англіи, изд. Лоренца 1781 г. въ Германіи, не говоря о безчисленныхъ классныхъ изданіяхъ въ Великобританіи, въ которыхъ, въ послѣдніе годы, современныя означенія все болѣе и болѣе вытѣсняють буквальную передачу.

Г. профессоръ Ващенко-Захарченко въ своей продолжительной практикѣ преподаванія и экзаменовъ замѣтилъ въ большей части учебниковъ геометріи важныя и многочисленныя недостатки, которыхъ генеалогію можно было прослѣдить восходя не до самаго Евклида, а до какого-нибудь изъ его посредственныхъ комментаторовъ, бывшихъ не въ состояніи понять произведенія учителя, исказившихъ и понизившихъ его до уровня своего пониманія.

Г. Ващенко-Захарченко справедливо полагалъ, что прежде попытокъ *сдѣлать лучше Евклида*, замѣчаемыхъ у многихъ авторовъ, нужно бы стараться научиться *дѣлать такъ-же хорошо*, какъ онъ, проникнувшись духомъ строгости, господствующимъ въ его

«элементахъ», въ которому приблизиться могли только немногіе изъ современныхъ научныхъ писателей. Для этой цѣли г. В.-З. предпринялъ значительный трудъ изданія *геометрической части элементовъ*, переложенныхъ на современный математическій языкъ, съ прибавленіями и объяснительными замѣчаніями, сопоставляющими древняго геометра лицомъ къ лицу съ современною наукой и показывающими, насколько его ХХ-вѣковая доктрина ближе къ заключеніямъ великихъ современныхъ математиковъ, чѣмъ ученіе, заключающееся въ значительномъ числѣ руководствъ, изданныхъ въ послѣднія 50 лѣтъ.

Въ замѣчательномъ введеніи, которое учоный профессоръ помѣстилъ во главѣ своего труда, онъ основательно разобралъ смыслъ и назначеніе *геометрическихъ гипотезъ* Евклида. Онѣ приводятся къ числу 4-хъ, за исключеніемъ основныхъ истинъ, прилагающихся ко всякаго рода величинамъ и которыя присоединялись, даже въ лучшихъ изданіяхъ, къ геометрическимъ гипотезамъ подъ названіемъ *аксіомъ* или общихъ понятій (*notions communes*). Г. Захарченко основательно принялъ классификацію Барроу, Роберта Симсона и Лоренца...

Четыре геометрическія гипотезы явно или неявно заключаются въ аксіомахъ, обозначенныхъ по классификаціи автора номерами 8, 10, 12 и 11, гдѣ порядокъ двухъ послѣднихъ перемѣщенъ нами намѣренно.

Аксіома 8 предполагаетъ неопредѣлимую идею *неизмѣняемости* фигуръ, при ихъ перенесеніи въ плоскости или въ пространствѣ. Допустивъ это свойство фигуръ, можно опредѣлить ихъ равенство возможностью совпаденія ихъ другъ съ другомъ, или (по аксіомѣ 1-й) каждой изъ фигуръ съ третьей фигурой. Такимъ образомъ аксіома 8 неявно заключаетъ въ себѣ *первую гипотезу*, существенно необходимую для геометріи, гипотезу неизмѣняемости фигуръ.

Аксиома 10 въ дѣйствительности есть теорема, произтекающая непосредственно изъ второй гипотезы, состоящей въ допущеніи существованія поверхности, наложимой на самое себя во всѣхъ ея частяхъ — какъ прямо, такъ и обратною стороною (плоскость) или только прямо (сфера).

Аксиома 12 выясняетъ довольно смутное евклидово опредѣленіе прямой линіи (опредѣленіе 4). Для этого допущено, какъ третья гипотеза, существованіе линіи, наложимой на самое себя во всѣхъ ея частяхъ, когда ее перемищаютъ, увлекая вмѣстѣ съ частью поверхности наложимой на самое себя (свойство принадлежащее не только прямой, но также кругу и винтовой линіи), или заставляя вращаться эту поверхность около двухъ точекъ разсматриваемой линіи (свойство, исключительно принадлежащее прямой линіи).

Этихъ трехъ гипотезъ достаточно для доказательства 28 первыхъ предложеній 1-й книги Евклида, относящихся безразлично къ фигурамъ плоскимъ, или начерченнымъ на одной и той-же сферѣ<sup>1</sup>. Евклидъ, конечно, не безъ намѣренія такимъ образомъ сгруппировалъ эти предложенія, помѣстивъ ихъ прежде тѣхъ, которыя не могли быть доказаны безъ помощи новаго принципа или четвертой гипотезы, выражаемой аксіомою 11-ю, вообще извѣстной подъ несвойственнымъ ей названіемъ постулата Евклида.

Эта аксіома съ давнихъ поръ была предметомъ многихъ изслѣдованій. Ея видимая аналогія съ выраженіемъ нѣкоторыхъ теоремъ, выводимыхъ изъ трехъ предыдущихъ гипотезъ, увлекла многихъ геометровъ къ отысканію ея доказательства, основаннаго на тѣхъ-же принципахъ. Но всѣ ихъ усилія до сихъ поръ

---

<sup>1</sup> Это раньше показалъ самъ г. Houël въ своемъ «Essai critique sur les principes fondamentaux de la Géométrie élémentaire ou Commentaire sur le XXXII premières propositions des Éléments d'Euclide. Paris. 1867.

были безуспѣшны, и въ настоящее время достоверно извѣстно, что они никогда не могутъ быть увѣнчаны успѣхомъ<sup>1</sup>.

Тѣмъ не менѣе справедливо, что попытки такихъ математиковъ, какъ *Лежандръ*, уменьшить одною число геометрическихъ гипотезъ, по крайней мѣрѣ могущественно содѣйствовали разъясненію вопроса и имѣли важный результатъ, съ точностью показавъ, какія предложенія плоской геометріи независимы отъ аксіомы о параллельныхъ.

Изложивъ прекрасныя изслѣдованія Лежандра о различныхъ выраженіяхъ, которыми можно замѣнить аксіому 11-ю, г. Захарченко приступаетъ къ геометріи не-евклидовой, преимущественно слѣдуя пути, начертанному *Лобачевскимъ*, и принимая въ соображеніе болѣе новые труды *Бельтрами*. Это существенное résumé вопроса, составляющаго необходимое дополненіе всякаго трактата по элементарной геометріи, изложено на 60 страницахъ и будетъ читаться съ интересомъ и пользой.

Мы вполне одобряемъ автора за то, что изъ этого résumé онъ сдѣлалъ главу, совершенно независимую отъ прочихъ частей книги; ибо чтеніе этой деликатной теоріи предполагаетъ умъ, уже достаточно изощренный на геометрическихъ выводахъ и привыкшій къ умозаключеніямъ помимо непосредственнаго содѣйствія чувствъ.

Далѣе г. Ноіелъ передаетъ содержаніе по книгамъ *Началъ Евклида*, изданныхъ проф. В.-З., слѣдуя обзору ихъ, помѣщенному въ предисловіи этого изданія, который мы опустимъ и прямо перейдемъ къ заключенію рецензіи.

---

<sup>1</sup> Такая достоверность, простирающаяся изъ глубокихъ изслѣдованій этого труднаго предмета, произведенныхъ въ последнемъ полувѣкѣ, не препятствуетъ появленію новичковъ-геометровъ, истощающихъ свои усилія на разысканіи рѣшенія, не поддавагоса величайшимъ гениямъ и невозможность котораго доказана не менѣе гениальными геометрами. Въ послѣдніе годы эта геометрическая болѣзнь приняла размѣры настоящей эпидеміи (*Авт.*).

Г. Захарченко обогатилъ свой трудъ драгоценнымъ дополненіемъ, состоящимъ изъ трехъ библиографическихъ указателей, изъ которыхъ въ первомъ онъ даетъ списокъ 460 изданій Евклида, напечатанныхъ почти на всѣхъ литературныхъ языкахъ со времени изобрѣтенія книгопечатанія. Г. Гуель съ своей стороны дополняетъ этотъ списокъ 5-ю нумерами, въ немъ не заключающимися.

Далѣе слѣдуетъ списокъ въ алфавитномъ порядкѣ авторовъ важнѣйшихъ произведеній по не-евклидовой геометріи, появившихся до 1880 г. Г. Гуель предлагаетъ дополнить этотъ списокъ двумя слѣдующими сочиненіями:

*De Tilly*, Sur les principes de la Géométrie et de la Mécanique. Bordeaux et Bruxelles. 1879.

*Wagner*, Lehrbuch der Geometrie, nach Grundsätzen Bolay's. Hamburg. 1874.

Въ третьемъ указателѣ приведены названія главныхъ сочиненій, которыми пользовался авторъ.

Приведемъ заключительныя слова рецензіи:

По этой замѣткѣ, гдѣ мы должны были спустить многія интересныя подробности, читатель можетъ однако судить о важности этого новаго изданія самаго древняго изъ трактатовъ по геометріи.

Ученый кievскій профессоръ въ своемъ превосходномъ переводѣ и добавленіяхъ, вполне гармонирующихъ съ текстомъ, даетъ классическое произведеніе, самое новое и полное изъ всѣхъ, какія мы имѣемъ по элементарной геометріи. Пока славянскіе языки въ нашихъ (французскихъ) школахъ еще не получили мѣста, соответствующаго научной роли націй на нихъ говорящихъ, мы усердно рекомендуемъ переводъ этой прекрасной книги на языкъ, болѣе распространенный у насъ.

В. И.