КЪ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ТЕОРІИ

ПОЛЯРИЗАЦІИ СВѢТА.

А. П. Грузинцева.

Цѣль настоящей замѣтки — показать, что электромагнитная теорія явленій отраженія и преломленія свѣта на границѣ прозрачныхъ изотропныхъ срединъ столь-же несостоятельна, какъ и старая теорія Фрэнэля и, кромѣ того, несостоятельность ея обнаруживается въ томъ же пунктѣ, въ которомъ слаба теорія Фрэнэля.

Чтобы показать это, мы будемъ трактовать вопросъ въ его общемъ видѣ; причемъ основныя уравненія возьмемъ въ той формѣ, въ какой они даны у Гельмгольца (см. его Wissenschaftliche Abhandlungen, 1-er Band, S. 621, а также примѣчаніе къ стр. 558), и повторены г. Лоренцомъ въ его статьѣ «Ueber die Theorie der Reflexion und Refraction des Lichtes», помѣщенной въ «Zeitschrift für Mathematik und Physik» за 1877 годъ.

Назовемъ —

ξ, η, ζ составляющія электрическаго колебанія частицы;

x, y, z ея координаты въ состояніи покоя;

A, B, C косинусы направленія передачи колебаній;

A', B', C' косинусы направленія самаго колебанія;

ω скорость свѣта и —

λ длина волны.

Тогда имѣемъ

$$\xi = A' \operatorname{sn} Q,\ \eta = B' \operatorname{sn} Q,\ \zeta = C' \operatorname{sn} Q,$$

гдѣ

$$Q = \frac{2\pi}{\lambda}(\omega t - \delta),\ \delta = Ax + By + Cz,$$

и амплитуда колебанія принята равною единицѣ. Подставляя все это въ уравненіе (20 c) Гельмгольца, получимъ:

$$(CB' - BC')\ \frac{2\pi}{\lambda} \operatorname{cs} Q = h^2\ \frac{dL}{dt}$$

$$(AC' - BA')\ \frac{2\pi}{\lambda} \operatorname{cs} Q = h^2\ \frac{dM}{dt}$$

$$(BA' - AB')\ \frac{2\pi}{\lambda} \operatorname{cs} Q = h^2\ \frac{dN}{dt},$$

причемъ L, M, N введены вмѣсто λ, μ, ν Гельмгольца и положено

$$h^2 = \frac{\mathrm{A}(1 + 4\pi\theta)\epsilon}{\theta}.$$

Уравненіе (20 d) даетъ:

$$\Delta_2\varphi = \mathrm{A}^2 \varkappa\ \frac{d^2\varphi}{dt^2},$$

но по уравненію (17 a, стр. 613)

$$\Delta_2\varphi = 0,$$

слѣдовательно

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} = 0\,;$$

откуда беремъ частное рѣшеніе этого уравненія:

$$\varphi = 0.$$

Затѣмъ уравненія (20 e) даютъ:

$$\frac{\partial N}{\partial y} - \frac{\partial M}{\partial z} = -4\pi\theta A A' \operatorname{cs} Q \,\frac{2\pi\omega}{\lambda}$$

$$\frac{\partial L}{\partial z} - \frac{\partial N}{\partial x} = -4\pi\theta A B' \operatorname{cs} Q \,\frac{2\pi\omega}{\lambda}$$

$$\frac{\partial M}{\partial x} - \frac{\partial L}{\partial y} = -4\pi\theta A C' \operatorname{cs} Q \,\frac{2\pi\omega}{\lambda}$$

причемъ положено

$$\varkappa = \infty,$$

ибо мы разсматриваемъ прозрачныя (діэлектрическія) средины.

Полагая здѣсь:

$$L = \alpha \operatorname{sn} Q\,,\ M = \beta \operatorname{sn} Q\,,\ N = \gamma \operatorname{sn} Q, g^2 = 4\pi\theta A\,,$$

найдемъ сначала изъ уравненій (20 c)

$$\omega h^2\alpha = CB' - BC',\ \omega h^2\beta = AC' - CA',\ \omega h^2\gamma = BA' - AB',$$

а потомъ изъ уравненій (20 e)

$$A'g^2\omega = B\gamma - C\beta\,,\ B'g^2\omega = C\alpha - A\gamma\,,\ C'g^2\omega = A\beta - B\alpha\,;$$

но

$$B\gamma - C\beta = \frac{A'}{\omega h^2}, \quad C\alpha - A\gamma = \frac{B'}{\omega h^2}, \quad A\beta - B\alpha = \frac{C'}{\omega h^2},$$

ибо

$$AA' + BB' + CC' = 0,$$

поэтому

$$\omega^2 = \frac{1}{g^2 h^2}$$

или

$$\omega = \frac{1}{\mathrm{A}\sqrt{4\pi\varepsilon(1 + 4\pi\theta)}};$$

это соотношенiе дано у Гельмгольца, на стр. 625, и оно намъ понадобится ниже.

Положимъ теперь, что колебанiя дошли до границы двухъ прозрачныхъ изотропныхъ (дiэлектрическихъ — съ точки зрѣнiя электромагнитной теорiи свѣта) срединъ; тотчасъ же развиваются отраженныя и преломленныя колебанiя. Назовемъ количества ε, Q, ω, λ, относящiяся до отраженныхъ колебанiй, тѣми же буквами, какъ и для падающихъ, только съ значкомъ ($'$) вверху, а количества, относящiяся до преломленныхъ колебанiй, тѣми же буквами со значкомъ ($_1$) внизу; причемъ амплитуду отраженныхъ колебанiй назовемъ буквою H, а преломленныхъ буквою G; уголъ паденiя i, уголъ отраженiя r; косинусы направленiя отраженныхъ колебанiй m', n', p'; преломленныхъ m'_1, n'_1, p'_1; косинусы направленiя отраженнаго луча m, n, p, а преломленнаго m_1, n_1, p_1*.

* Мы здѣсь держимся обозначенiй нашей статьи «Объ отраженiи и преломленiи свѣта». См. «Сообщенiя» харьковскаго математическаго общества, за 1880 г., вып. II, стр. 81.

Тогда получимъ (см. Лоренца, стр. 14 и 15)

$$\left.\begin{aligned}
\frac{A'\operatorname{sn}Q}{\varepsilon}+\frac{Hm'\operatorname{sn}Q'}{\varepsilon}&=\frac{m'_1\,G\operatorname{sn}Q_1}{\varepsilon_1}\\
\frac{B'\operatorname{sn}Q}{\varepsilon}+\frac{Hn'\operatorname{sn}Q'}{\varepsilon}&=\frac{n'_1\,G\operatorname{sn}Q_1}{\varepsilon_1}\\
\frac{C'\operatorname{sn}Q}{\varepsilon}+\frac{Hp'\operatorname{sn}Q'}{\varepsilon}&=\frac{p'_1\,G\operatorname{sn}Q_1}{\varepsilon_1}
\end{aligned}\right\}\qquad(\mathrm{A})$$

$$\left.\begin{aligned}
A'\operatorname{sn}Q+Hm'\operatorname{sn}Q'&=s\,Gm'_1\operatorname{sn}Q_1\\
B'\operatorname{sn}Q+Hn'\operatorname{sn}Q'&=s\,Gn'_1\operatorname{sn}Q_1\\
C'\operatorname{sn}Q+Hp'\operatorname{sn}Q'&=s\,Gp'_1\operatorname{sn}Q_1
\end{aligned}\right\}\qquad(\mathrm{B})$$

Здѣсь положено

$$s=\frac{\varepsilon}{\varepsilon_1}$$

и $\varepsilon=\varepsilon'$, что очевидно.

Системы (A) и (B) суть основныя въ разбираемой теоріи. Изъ нихъ находимъ путемъ, указаннымъ въ нашей статьѣ — «Математическая теорія явленій отраженія и преломленія свѣта» и т. д. («Сообщенія» харьковскаго математическаго общества за 1880 г., вып. II, стр. 81), сначала слѣдующія уравненія:

$$\operatorname{sn}i(B'+n'H)=\frac{\omega h^2}{\omega_1 h_1^{\,2}}\frac{\theta}{\theta_1}\operatorname{sn}r n'_1\,G$$

$$\operatorname{cs}i(B'-n'H)=\frac{\omega h^2}{\omega_1 h_1^{\,2}}\frac{\theta}{\theta_1}\operatorname{cs}r n'_1\,G$$

$$B'+n'H=\frac{\varepsilon}{\varepsilon_1}n'_1\,G\,,$$

затѣмъ уравненія:

$$C'\operatorname{cs} i - A'\operatorname{sn} i - (p'\operatorname{cs} i + m'\operatorname{sn} i)\,H = \frac{\omega h^2}{\omega_1 h_1^{\,2}}\frac{\theta}{\theta_1}\,(p'_1\operatorname{cs} r - m'_1\operatorname{sn} r)\,G$$

$$A' + m'H = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_1}\,m'_1\,G$$

$$C' + p'H = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_1}\,p'_1\,G\,.$$

Если свѣтъ поляризованъ въ такъ-называемомъ первомъ азимутѣ, то приведенныя уравненія обращаются въ слѣдующую систему:

$$\operatorname{sn} i\,(1+H) = \frac{\omega h^2\theta}{\omega_1 h_1^{\,2}\theta_1}\operatorname{sn} r\,G \tag{1}$$

$$\operatorname{cs} i\,(1-H) = \frac{\omega h^2\theta}{\omega_1 h_1^{\,2}\theta_1}\operatorname{cs} r\,G \tag{2}$$

$$1+H = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_1}\,G\,. \tag{3}$$

Здѣсь только два неизвѣстныхъ G и H, поэтому 1-е уравненіе и 3-е умноженное на $\operatorname{sn} i$ должны быть тождественны; это даетъ условное уравненіе

$$\frac{\omega h^2\theta}{\omega_1 h_1^{\,2}\theta_1}\,\frac{\operatorname{sn} r}{\operatorname{sn} i} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_1} \tag{a}$$

Если свѣтъ поляризованъ во 2-мъ азимутѣ, то имѣемъ:

$$1+H = \frac{\omega h^2\theta}{\omega_1 h_1^{\,2}\theta_1}\,G \tag{I}$$

$$\operatorname{sn} i\,(1+H) = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_1}\operatorname{sn} r\,G \tag{II}$$

$$\operatorname{cs} i\,(1-H) = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_1}\operatorname{cs} r\,G\,. \tag{III}$$

Здѣсь тоже только два неизвѣстныхъ G и H, поэтому должно существовать условіе:

$$\frac{\omega h^2 \theta}{\omega_1 h_1^2 \theta_1} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_1} \frac{\operatorname{sn} r}{\operatorname{sn} i}. \qquad (\mathfrak{b})$$

Условіе же (a) противорѣчитъ (b) вообще и совмѣстно съ нимъ только въ частномъ случаѣ нормальнаго паденія. Если же въ обѣихъ системахъ отбросить уравненія, выражающія равенства составляющихъ колебаній перпендикулярныхъ къ плоскости раздѣла, то въ каждой изъ нихъ останутся только по два уравненія, и тогда мы получимъ опредѣленное рѣшеніе; именно — рѣшеніе Фрэнэля.

Такимъ образомъ видимъ, что электромагнитная теорія отраженія и преломленія свѣта приводитъ къ тому же неразрѣшимому пункту, какъ и теорія Фрэнэля[1].

---

[1] Замѣтимъ здѣсь кстати, что въ цитированной статьѣ Лоренца помѣщенъ выводъ основнаго уравненія теоріи двойнаго преломленія свѣта (ур. 45, стр. 20), но этотъ выводъ несостоятеленъ. Дѣйствительно, при существованіи условія (43) стр. 20, уравненіе (40) стр. 19-й даетъ:

$$\frac{pl}{\varepsilon_1} + \frac{qm}{\varepsilon_2} + \frac{rn}{\varepsilon_3} = 0;$$

подставляя это въ уравненіе (41), получимъ:

$$\frac{p}{\varepsilon_1} = Bvp; \ \frac{q}{\varepsilon_2} = Bvq, \ \frac{r}{\varepsilon_3} = Bvr,$$

т. е. $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3$; значитъ, средина изотропна, а потому никакого двойнаго преломленія въ ней не существуетъ.

20 сентября
1882 г.