РЕФЕРАТЫ

УДК517.55:517.948.32 **Задача Гильберта для функций, голоморфных в бикруге, и некоторые ее приложения.** Какичев В. А. Сб. «Теория функций, функциональный анализ и их приложения», вып. 18, 1973, стр. 3—18.

Задача Гильберта о нахождении функции $\Phi(\mathbf{z}, \mathbf{w})$, голоморфной в единичном бикруге, по краевому условию $\operatorname{Re}(\overline{g}\Phi) = \gamma(t, \omega)$, $|\overline{g}(t, \omega)| = 1$, $|t| = |\omega| = 1$, где $g(t, \omega)$ и $\gamma(t, \omega)$ — известные функции, непрерывные по Гельдеру, рассмотренная ранее М. А. Бородиным, решена иными методами с помощью регуляризующего множителя и сведением к задаче линейного сопряжения. Дано приложение задачи Гильберта к исследованию бисингулярного интегрального уравнения с ядрами Гильберта и одной краевой задачи для системы уравнений с частными формальными производными.

Библиографических ссылок 11.

УДК 517.535.4. **Об экстремальных задачах на целых функциях.** Азарин В. С. Сб. «Теория функций, функциональный анализ и их приложения», вып. 18, 1973, стр. 18—50.

Доказываются теоремы, обобщающие на неотрицательные меры в специальных пространствах известные результаты А. А. Гольдберга об оценках индикаторов целых функций, Левина—Пфлюгера о целых функциях вполне регулярного роста и др.

В качестве приложений общих теорем получен, например, следующий результат.

Пусть $f(z)$ — целая функция нецелого порядка и нормального типа. Если существует (в определенном смысле)

$$\lim_{r\to\infty}\left\{a\frac{\ln f(re^{i\varphi})}{r^{\rho}}+(1-a)\frac{1}{r^{\rho+1}}\int_{\varepsilon}^{r}\frac{\ln|f(te^{i\varphi})}{t}\,dt\right\}$$

для всех φ, при каком-нибудь a, то существует и предел при всех a и φ.

Получены также точные оценки индикатора целой функции в классах функций, аналогичных классам А. А. Гольдберга. Эти оценки совпадают с оценками А. А. Гольдберга, когда последние точны.

Библиографических ссылок 17.

УДК.517.946

О единственности решения задачи Коши для линейных уравнений в частных производных с линейно преобразованным аргументом. Борок В. М., Житомирский Я. И. Сб. «Теория функций, функциональный анализ и их приложения», вып. 18, 1973, стр. 50—63.

Рассматриваются линейные уравнения в частных производных с постоянными коэффициентами, в различных членах которых искомая функция может зависеть от различных значений пространственного аргумента, связанных между собой линейными преобразованиями. Изучен вопрос о влиянии этих преобразований на классы единственности решения задачи Коши.

Библиографических ссылок 11.

УДК 517.512

Характеристика классов Липшица целого порядка на отрезке по скорости полиномиальной аппроксимации. Тригуб Р. М. Сб. «Теория функций, функциональный анализ и их приложения», вып. 18, 1973, стр. 63—70.

В статье найдена конструктивная характеристика класса функций с ограниченной r-й производной на отрезке действительной оси.

Библиографических ссылок 12.

УДК 517.535.4

О производных и первообразных целых функций вполне регулярного роста. Гольдберг А. А., Островский И. В. Сб. «Теория функций, функциональный анализ и их приложения», вып. 18. 1973, стр.70—81.

Пусть $f(z)$ — целая функция вполне регулярного роста в смысле Б. Я. Левина — А. Пфлюгера. В статье доказано, что $\int_0^z f(\zeta)\,d\zeta$ является функцией вполне регулярного роста и дано полное описание множества лучей $\arg z = \mathrm{const}$, на которых $f'(z)$ может не иметь вполне регулярного роста.

Библиографических ссылок 14.

УДК 517.55

О точности некоторых теорем о росте целых функций многих переменных. Локшин Б. И. Сб. «Теория функций, функциональный анализ и их приложения», вып. 18, 1973, стр. 81—90.

Строятся примеры, показывающие невозможность снятия некоторых ограничений в теоремах Л. И. Ронкина (см. Л. И. Ронкин. «Введение в теорию целых функций многих переменных», М., «Наука», 1971, стр. 189, 232). В частности, показано, что тип функции $M_f(r_1, r_2)$ по переменному r_2 может существенно отличаться от типа функции $M_f(z, r_2)$ (r_1 и z фиксированы). Здесь, как обычно, обозначено

$$M_f(z, r_2) = \max_{|\omega|=r_2} |f(z, \omega)|,$$

$$M_f(r_1, r_2) = \max_{|z|=r_1,\ |\omega|=r_2} |f(z, \omega)|,$$

где $f(z, \omega)$ — целая функция двух комплексных переменных.

Рисунков 1. Библиографических ссылок 5.

УДК 517.55

Критерии рациональности и псевдорациональности функций. Кореневский М. З. Сб. «Теория функций, функциональный анализ и их приложения», вып. 18, 1973, стр. 91—102.

Пусть функция $F(w,\ z)$ определена в полицилиндре $\Delta = \Delta_w \times \Delta_z$, где Δ_w — область изменения переменного w, а Δ_z — область изменения переменного z. Пусть далее при каждом фиксированном z из некоторого множества $L \subseteq \Delta_z$ она голоморфна по w в Δ_w, при каждом фиксированном w из некоторого множества $P \subset \Delta_w$, рациональна по z в Δ_z.

Изучается вопрос о том, какими должны быть множества P и L, чтобы функция $F(w,\ z)$ была псевдорациональной.

Далее предполагается что функция $F(w,\ z)$ голоморфна в полицилиндре $\Delta = \Delta_w \times \Delta_z$ и при каждом фиксированном w из некоторого множества $P \subset \Delta_w$ рациональна по z, а при каждом фиксированном z из некоторого множества $L \subseteq \Delta_z$ рациональна по w. Изучается, какими должны быть множества P и L, чтобы функция $F(w,\ z)$ была рациональной.

Показывается, что полученные критерии рациональности и псевдорациональности функций являются, в некотором смысле, неулучшаемыми.

Библиографических ссылок 4.

УДК 517.535

Асимптотические оценки одного класса интегралов. Гришин А. Ф. Сб. «Теория функций, функциональный анализ и их приложения», вып. 18, 1973, стр. 102—115.

Изучается асимптотическое поведение интегралов вида

$$I = \int_{n}^{n_2} e^{-h(z,t)}\,dt,\ n_2 > n,$$

где $h(z,\ t)$ — аналитическая функция на сегменте $(n,\ n_2)$. При этом функция $h(x,\ t)$ не предполагается вещественной.

Библиографических ссылок 7.

УДК 513.838.

Характеристические классы на некомпактных римановых поверхностях. Мильман Вл. Д. Сб. «Теория функций, функциональный анализ и их приложения», вып. 18, 1973, стр. 115—120.

Исследуются вопросы применения теории когомологий для изучения голоморфных функций на некомпактных римановых поверхностях. При этом рассматривается случай только таких линейных голоморфных расслоений, у которых все, кроме конечного числа, функции перехода равны единице.

Рисунков 1. Библиографических ссылок 6.

УДК 513.88:513.83 **Двойственность некоторых геометрических характеристик пространства Банаха.** Мильман В. Д. Сб. «Теория функций, функциональный анализ и их приложения», вып. 18, 1973, стр. 120—137.

Исследуется связь бесконечномерных β и δ-модулей пространства Банаха и его сопряженного. Показано, что указанные модули связаны преобразованием $L_1(\varphi) = \sup\limits_{\eta \geqslant 0} \frac{\xi\eta - \varphi(\eta)}{1 + \varphi(\eta)}$. Операция $L_1[\varphi]$ включается в семейство преобразований $L_\mu[\varphi] = \sup\limits_{\eta \geqslant 0} \frac{\xi\eta - \varphi(\eta)}{1 + \mu\varphi(\eta)}$ (при $\mu \geqslant 0$), которое при $\mu = 0$ дает преобразование Лежандра. Показано, что $L_\mu L_\mu L_\mu[\varphi] \equiv L_\mu[\varphi]$ и описан образ оператора $L_\mu[\varphi]$. Рассмотрен также предельный случай $\mu \to \infty$ и дана геометрическая интерпретация преобразований L_μ при $0 < \mu \leqslant \infty$. Доказательство двойственности β-и δ-модулей потребовало привлечения новых специфических свойств натягивающих базисов, изложенных в отдельном параграфе работы.

Библиографических ссылок 8.

УДК 517.512+517.521.8 **Об одном свойстве включения методов суммирования определяемых матрицами с конечными строками.** Михалин Г. А. Сб. «Теория функций, функциональный анализ и их приложения», вып. 18, 1973, стр. 137—144.

Матрицу $B = \| b_{nk} \|$ автор называет матрицей типа R', если система уравнений $\sum\limits_{k=0}^{\infty} b_{nk}S_k = t_n$ $(n = 0, 1, 2, \ldots)$ имеет единственное решение для любой последовательности $\{t_n\}$.

Доказана теорема о том, что если $B = \| b_{nk} \|$ — матрица типа R', $A = \| a_{nk} \|$ — произвольная матрица, и если $B \subseteq A$, то, чтобы из $\sum\limits_{k=0}^{\infty} b_{nk}S_k = o(1)$ следовало равенство $\sum\limits_{k=0}^{\infty} a_{nk}S_k = o(1)$, необходимо и достаточно, чтобы

$$\lim_{m \to \infty} \sum_{l=0}^{\infty} \left| \sum_{k=m+1}^{\infty} a_{nk} b_{kl}^{-1} \right| = 0 \quad (n = 0, 1, 2, \ldots).$$

Доказанная теорема является обобщением одной теоремы Н. А. Давыдова (РЖМат, 1970, 2Б37).

Рассмотрены следствия из доказанной теоремы.

Библиографических ссылок 5.

УДК 517.512 **О линейных дифференциальных операторах Боля—Бора.** Любарский М. Г. Сб. «Теория функций, функциональный анализ и их приложения», вып. 18, 1973, стр. 144—160.

Известную теорему Боля — Бора можно сформулировать как следующее утверждение, относящееся к оператору дифференцирования.

Какова бы ни была почти-периодическая функция $f(t)$, каждое ограниченное решение уравнения

$$x_t' = f(t)$$

является почти-периодической функцией.

В заметке теорема Боля — Бора переносится на линейные дифференциальные операторы с почти-периодическими коэффициентами в смысле Г. Бора или Б. М. Левитана.

Библиографических ссылок 14.

УДК 519.4 : 513.88 **Некоторые свойства дифференцирований в банаховых алгебрах.** Горин Е. А., Кочетков Ю. Ю., Митягин Б. С. Сб. «Теория функций, функциональный анализ и их приложения», вып. 18, 1973, стр. 160—165.

Известно, что непрерывное дифференцирование коммутативной банаховой алгебры отображает в радикал. В конечном случае оно может осуществлять изоморфизм радикала. В статье построен (на материале степенных рядов от двух переменных) пример, когда образом дифференцирования служит весь радикал. Вместе с тем доказано, что если существует дифференцирование, ограничение которого на радикал сюръективно, то на элементах единичного шара в радикале последовательность $\sqrt[n]{\| x^n \|}$ не может слишком медленно убывать, а именно

$$\sqrt[n]{\| x^n \|} \leqslant e^{-\varepsilon \ln^2 n}$$

при некотором $\varepsilon > 0$.

Библиографических ссылок 6.

УДК 517.512 **О некоторых оценках величины наименьшего уклонения тригонометрических многочленов.** Фильштинский В. А. Сб. «Теория функций, функциональный анализ и их приложения», вып. 18, 1973, стр. 165—170.

Даются оценки величины

$$E_N = \inf \max_{[0, 2\pi]} \left| \sum_{k=-N}^{N} c_k e^{ik\theta} \right|, \ N \geqslant n$$

$$\sum_{k=-n}^{n} \alpha_{kj} c_k = \delta_j \quad j = 1, 2, \ldots, r.$$

Кроме того, рассматривается асимптотическое поведение величины E_N при $N \to \infty$.

Библиографических ссылок 2.

УДК 517.512

Несколько неравенств для тригонометрических многочленов. Фильштинский В. А. Сб. «Теория функций, функциональный анализ и их приложения», вып. 18, 1973, стр. 170—175.

Доказываются неравенства вида

$$\max_{[0,2\pi]}\left|\sum_{k=-n}^{n}\lambda_k c_k e^{ik\theta}\right| \leqslant m \max_{[0,2\pi]}\left|\sum_{k=-n}^{n} c_k e^{ik\theta}\right|,$$

где числа $\{\lambda_k\}_{k=-n}^{n}$ заданы, а $m = m(\lambda_0, \lambda_{\pm 1}, \ldots, \lambda_{\pm n})$ — точная (в классе тригонометрических многочленов порядка не выше n) константа.

Библиографических ссылок 3.

УДК 517. 946

Устойчивость восстановления оператора Штурма — Лиувилля по двум спектрам. (II) Рябушко Т. И. Сб. «Теория функций, функциональный анализ и их приложения», вып. 18, 1973, стр. 176—185.

Рассматриваются краевые задачи K_j и Λ_j $(j = 1, 2)$, порождаемые дифференциальными уравнениями

$$l_j[y] = -\frac{d^2y}{dx^2} + q_j(x)\,y = \lambda^2 y$$

и краевыми условиями

$$y'(0) = 0, \quad y(\pi) = 0 \qquad (K)$$
$$y'(0) = 0, \quad y'(\pi) = 0 \qquad (\Lambda)$$

Доказывается, что если первые $N + 1$ собственных значений краевых задач K_1, K_2 и Λ_1, Λ_2 совпадают, то имеет место следующая оценка:

$$\left|\int_0^x [q_1(t) - q_2(t)]\,dt\right| < \frac{C(x)}{N}$$

Библиографических ссылок 2.

УДК 511. 6 + 517. 56

Дополнение к статье «Об исключительных комбинациях целых функций». Гольдберг А.А., Тушканов С. Б. Сб. «Теория функций, функциональный анализ и их приложения», вып. 18, 1973, стр. 185—189.

Показано, что метод, использованный авторами в статье, опубликованной в вып. 13 настоящего сборника, позволяет получить аналогичные, но более общие результаты, причем не только для целых функций, но и для функций, аналитических в единичном круге. Тем же методом получена также одна теорема из теории чисел.

Библиографических ссылок 10.

УДК 517 944 **Безусловно корректные краевые задачи в бесконечном слое.** Антыпко И. И. «Теория функций, функциональный анализ и их приложения», вып. 18, 1973, стр. 190—196.

Для краевой задачи

$$\frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} + P\left(\frac{\partial}{\partial x}\right)\frac{\partial u(x, t)}{\partial t} + Q\left(\frac{\partial}{\partial x}\right) u(x, t) = 0,$$

где

$$x \in R^m, \quad t \in [0, T],$$

$$A_1 U_0(x) + A_2 U_T(x) = F(x),$$

$P(s)$, $Q(s)$ — произвольные полиномы; A_1, A_2 — квадратные матрицы типа 2×2; $U_0(x) = (u(x, 0), u_t'(x, 0))$, $U_T(x) = (u(x, T), u_t'(x, T))$, $F(x) = (f_1(x), f_2(x))$, $f_1(x)$ и $f_2(x)$ — заданные функции, установлено необходимое и достаточное условие того, чтобы она была корректно разрешима в классе всех достаточно гладких функций без дополнительных условий на бесконечности.

Библиографических ссылок 4.

УДК 519.4 + 517 + + 513.4 **О существовании веса бесконечномерного представления алгебры Ли.** Гурарий Д. Л. Сб. «Теория функций, функциональный анализ и их приложения», вып. 18, 1973, стр. 196—202.

Пусть T_a — представление алгебры Ли A (вообще говоря, бесконечномерной) ограниченными операторами в банаховом пространстве B. Функционал $\chi(a)$ называется весом представления (ср. ДАН СССР 200 № 4, 1971, 777—780), если существует такая нормированная последовательность

$$\{x_n\}_1^\infty \subset B, \quad \text{что}$$

$$\lim_{n \to \infty} (T_a x_n - \chi(a) x_n) = 0.$$

Доказывается существование веса для равномерно непрерывных представлений разрешимых алгебр Ли.

Библиографических ссылок 4.

УДК 517. 535. 4 **О росте мероморфных функций и целых кривых.** Ламзина Т. Б. Сб. «Теория функций, функциональный анализ и их приложения», вып. 18, стр. 202—215.

Первая часть работы посвящена изучению структуры множества

$$\Omega_\kappa^0(f) = (a; B_0(a, f) \geqslant \kappa), \; 0 < \kappa < \infty,$$

где $f(z)$ — мероморфная функция; $B_0(a, f)$ — величина, введенная ранее В. П. Петренко («Теория функций, функциональный анализ и их приложения», вып. 12). Доказано, что существует мероморфная функция, для которой множество $\overset{0}{\Omega}_{1/2\sigma_0}(f)$ при любом $0 < \sigma_0 \leqslant 2$ имеет положительную меру Хаусдорфа размерности σ_0.

Вторая часть работы посвящена оценке величины отклонения целой кривой через величину ее дефекта в смысле Ж. Валирона.

Библиографических ссылок 13.