УДК 517.925.2

УДК 517.925.2

Об асимптотике решений уравнения второго порядка со случайными коэффициентами. Бендерский М. М., Пастур Л. А. Сб. «Теория функций, функциональный анализ и их приложения», вып. 22, 1975, с. 3—14.

В работе изучается поведение при $t \to \infty$ решений уравнения $\ddot{\xi}+q(t)\xi=0$, где $q(t)$ — стационарный и метрически транзитивный случайный процесс. Для широкого класса коэффициентов $q(t)$ установлено, что при любых фиксированных начальных данных с вероятностью 1 решения экспоненциально растут, причем показатель экспоненты не зависит от начальных данных и является детерминированной величиной. Указаны некоторые неравенства для этой величины и способы ее вычисления для случая, когда $q(t)$ является компонентой марковского процесса.

Библиогр. 8.

УДК 513.88+517.948.35+517.948.5

Инвариантные подпространства сжатия и факторизация характеристической функции. Бродский В. М., Шварцман Я. С. Сб. «Теория функций, функциональный анализ и их приложения», вып. 22, 1975, с. 15—35.

Статья является развернутым изложением результатов, опубликованных авторами в ДАН СССР (т. 201, № 3, (1971)).

Библиогр. 19.

УДК 517.564.3

Замечание к теории парных рядов Фурье—Бесселя. Гандель В. Ю. Сб. «Теория функций, функциональный анализ и их приложения», вып. 22, 1975, с. 35—41.

Заметка является продолжением статьи автора РЖМат, 1971, 6 Б 85.

Библиогр. 4.

УДК 519.4:517+513.4

Об отделимости спектра представления связной нильпотентной группы Ли. Гурарий Д. Л. Сб. «Теория функций, функциональный анализ и их приложения», вып. 22, 1975, с. 41—51.

Доказывается отделимость спектра сильно непрерывного неквазианалитического представления T связной нильпотентной группы Ли G, удовлетворяющего дополнительному требованию: спектры операторов T_γ $(\gamma \in G')$ (G' — производная подгруппа группы G) состоят из одной точки $\lambda = 1$.

Полученные результаты используются для характеризации представлений, аппроксимируемых равномерно непрерывными.

Библиогр. 8.

УДК 519.21

Об аргументе характеристической функции. Ильинский А. И. Сб. «Теория функций, функциональный анализ и их приложения», вып. 22, 1975, с. 51—56.

1. Для всякой нечетной функции $\omega(t) \in C^1(-a, a)$ $(0 < a < \infty)$ существует х. ф. $\chi(t)$ такая, что при $-a < t < a$ выполняется $\chi(t) \neq 0$ и $\chi(t) = |\chi(t)| \exp(i\omega(t))$.

2. Для всякой нечетной функции $\omega(t), -\infty < t < \infty$, имеющей абсолютно непрерывную производную, существует х. ф. $\chi(t)$ такая, что при $-\infty < t < \infty$ выполняется $\chi(t) \neq 0$ и $\chi(t) = |\chi(t)| \exp(i\omega(t))$.

Библиогр. 5.

УДК 518:517.944 + 513.88

Об одном итерационном методе решения дивергентных эллиптических уравнений второго порядка. Кацнельсон В. Э., Меньшиков В. В. Сб. «Теория функций, функциональный анализ и их приложения», вып. 22, 1975, с. 56—66.

Предлагается итерационный метод приближенного решения краевой задачи $\operatorname{div}(\lambda \operatorname{grad} u) = P\ (x \in G)$, $\alpha u + \beta \frac{\partial u}{\partial n}/\partial G = \chi$ G — область в R^n. Метод эффективен в случае, когда $G = \bigcup\limits_{i+1}^{n} G_i$, где области G_i — ограничены кусочно-координатными поверхностями, $\lambda(x) = \lambda_i$ — константа в G_i, а область G и граничные условия таковы, что задача $\Delta u = P\ (x \in G)$; $\alpha u + \beta \frac{\partial u}{\partial n}/\partial G = \chi$ может быть решена в рядах Фурье. В этом случае каждая итерация может быть найдена в рядах Фурье. Типичная ситуация: G — прямоугольный параллелепипед, $G_1 \subset G$ — параллелепипед с гранями, параллельными граням G, $G_2 = G/G_1$.

Библиогр. 3.

УДК 517.93

Интегральное представление позитивных операторнозначных функционалов. Козел В. А., Лундина Д. Ш., Марченко В. А. Сб. «Теория функций, функциональный анализ и их приложения», вып. 22, 1975. с. 67—76.

Известно, что аддитивный позитивный скалярный функционал, определенный на множестве M непрерывных на всей оси вещественных функций таком, что для любого целого положительного n в M найдется такая $n(x)$, что при $n(x) \geqslant 1$ для $x \leqslant n$, может быть представлен в виде

$$R[f] = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} f(x)\, d\rho(x)$$

с неубывающей $\rho(x)$, если $f(x)$ мажорируема.

Показано, что, если множество M таково, что $\rho(x)$ определяется произвольным скалярным функционалом $R[f]$ однозначно, то и позитивный операторнозначный функционал на M допускает представление того же вида с операторнозначной неубывающей мерой $\rho(x)$.

УДК 517.522.2

Об интерполяционной задаче в полуплоскости в классе аналитических функций конечного порядка. Левин Б. Я. и Нгуен Тхыонг Уен. Сб. «Теория функций, функциональный анализ и их приложения», вып. 22, 1975, с. 77—85.

В статье даются необходимые и близкие к ним достаточные условия, накладываемые на последовательность точек $\{\lambda_n\}$ из полуплоскости $Im z > 0$ при $|\lambda_n| \to \infty$, для того, чтобы любой последовательности комплексных чисел

$\{a_n\}$, для которой $\overline{\lim\limits_{n\to\infty}} \dfrac{\ln^+ \ln (|a_h|+1)}{\ln|\lambda_n|} \leqslant \rho$ при Θ, отвечала функция голоморфная в этой полуплоскости порядка $\leqslant \rho$, решающая интерполяционную задачу $f(\lambda_n) = a_h$.

Библиогр. 19.

УДК 517.55

Теоремы типа теоремы М. Картрайт и вещественные множества единственности для целых функций многих комплексных переменных. Логвиненко В. Н. Сб. «Теория функций, функциональный анализ и их приложения», вып. 22, 1975, с. 85—100.

Изучаются условия, при выполнении которых дискретное множество E из вещественного подпространства C^n обладает свойством: если $f(z)$ — целая функция не более чем типа σ при порядке ρ и $\sup\limits_{x\in E} |f(x)| < \infty$, то $\sup\limits_{x\in R^n} |f(x)| < \infty$. Как следствие, отсюда получаются условия, выполнения которых достаточно для того, чтобы множество E было множеством единственности для целых функций типа не более σ при порядке $\rho < \infty$.

Библиогр. 6.

УДК 517.97

Вещественные J — самосопряженные дифференциальные операторы. Луценко И. Е. Сб. «Теория функций, функциональный анализ и их приложения», вып. 22, 1975, с. 100—106.

В работе рассматривается оператор L в пространстве $L[-a, a]$: $Ly = y'' + q(x)y$; $y(-a) = y^1(-a) = 0$. Доказывается теорема: если J связан с некоторым антиунитарным оператором K условием $KLK^{-1} = L^*$, то $q(-x) \equiv q(x)$, $Kf(x) = e^{i\alpha}(-x)$.

Библиогр. 11.

УДК 519.9+575.1

Линейные бернштейновские популяции. Любич Ю. И. Сб. «Теория функций, функциональный анализ и их приложения», вып. 22, 1975, с. 107—111.

В статье дано явное описание всех стохастических матриц P, удовлетворяющих условию $P^2 = P$. Этим исчерпывается линейный случай проблемы, поставленной С. Н. Бернштейном в математической теории наследственности.

Библиогр. 6.

УДК 517.54

О некоторых свойствах аналитических кривых II. Мохонько А. З. Сб. «Теория функций, функциональный анализ и их приложения», вып. 22, 1975, с. 111—118.

Пусть $z = \lambda(t)$, $a \leqslant t \leqslant b$ — аналитическая кривая. Доказано, что если $\lambda'(t_0) = 0$, $a < t_0 < b$ и в любой окрестности t_0 кривая имеет точки самопересечения, то существуют такие ε_1, $\varepsilon_2 > 0$, что $\lambda([t_0 - \varepsilon_1, t_0]) = \lambda((t_0, t_0 + \varepsilon_2])$. Получена теорема об общих дугах аналитических кривых (без требования, что рассматриваемые аналитические кривые являются правильными). Доказано также следующее утверждение. Пусть $L_1 : z = \mu_1(t_1)$, $a_1 \leqslant t_1 \leqslant b_1, \ldots, L_n : z = \mu_n(t_n)$, $d_n \leqslant t_n \leqslant b_n$ — аналитические кривые, причем L_j и L_{j+1} $1 \leqslant j \leqslant n-1$ имеют бесконечно много общих точек. Тогда существует аналитическая кривая $z = \nu(s)$, $\alpha \leqslant s \leqslant \beta$, имеющая не более конечного числа точек самопересечения, такая, что $\nu([\alpha, \beta]) = \bigcup\limits_{j=1}^{n} \mu_j([a_j, b_j])$.

Библиогр. 3.

УДК 517.43

Оценка точности восстановления задачи Штурма — Лиувилля по двум спектрам. Рябушко Т. И. Сб. «Теория функций, функциональный анализ и их приложения», вып. 22, 1975, с. 118—129.

Согласно теореме Борга, уравнений Штурма — Лиувилля на конечном интервале однозначно восстанавливается по спектрам двух краевых задач с одним и тем же краевым условием на одном из концов рассматриваемого интервала.

Изучается вопрос о том, как влияет априорное предположение о гладкости потенциала восстанавливаемого уравнения Штурма — Лиувилля на погрешность, с которой может быть восстановлено такое уравнение, если известны только первые N собственных значений рассматриваемых краевых задач.

Библиогр. 5.

УДК 517.942

О задаче Коши для систем линейных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами. Сердюк Г. П. «Теория функций, функциональный анализ и их приложения», вып. 22, 1975, с. 129—136.

В известной теореме И. М. Гельфанда и Г. Е. Шилова о единственности решения задачи Коши для систем линейных уравнений с постоянными коэффициентами результат зависит от приведенного порядка p_0 системы. В настоящей работе этот результат обобщается при $p_0 \leqslant 1$ на случай систем с коэффициентами из $C^\infty(R^n)$.

Библиогр. 6.

УДК 517.942

Об одном обобщении теоремы Левинсона. Сохин А. С. Сб. «Теория функций, функциональный анализ и их приложения», вып. 22, 1975, с. 136—145.

Рассматривается краевая задача

$$y'' + q(x)\,y = \lambda^2 y,\ 0 < x < \infty;\ y(0) = 0, \tag{1}$$

где

$$q(x) = \overline{q(x)},\ \int_0^\infty x\,|\,q(x) - q_0(x)\,|\,dx < \infty,$$

$$q_0(x) = \begin{cases} \alpha(\alpha+1)\,x^{-2},\ 0 < x < 1 \\ \beta(\beta+1)\,x^{-2},\ x > 1, \end{cases}$$

а α и β — любые числа из интервала $(0, \infty)$. Доказывается, что число p собственных значений задачи (1) и изменение аргумента ее функции рассеяния на полуоси $(0, \infty)$ связаны равенством

$$\frac{1}{2\pi}\,[\arg S(0) - \arg S(\infty)] = \frac{\alpha - \beta}{2} + p + r, \tag{2}$$

где

$$r = 0,\ \beta + \frac{1}{2},\ 1,$$

в зависимости от поведения решения задачи (1) при $\lambda = 0$. Формула (2) дает обобщение теоремы Левинсона.

Библиогр. 3.

УДК 513.88

Строго выставленные и конические точки в проективном тензорном произведении. Хейнрих Стефан. Сб. «Теория функций, функциональный анализ и их приложения», вып. 22, 1975, с. 146—154.

Доказана следующая теорема. Для того, чтобы точка u единственного шара проективного тензорного произведения $E\hat{\otimes}F$ банаховых пространств E и F была строго выставленной (конической), необходимо и достаточно, чтобы она допускала представление (соотв. конические) $u = x \otimes y (x \in E, y \in F)$, где x и y строго выставленные (соотв. конические) точки единичных шаров пространств сомножителей.

Библиогр. 3.

УДК 517.91

Об операторе преобразования в пространстве целых функций конечного порядка. Ткаченко В. А. Сб. «Теория функций, функциональный анализ и их приложения», вып. 22, 1975, с. 154—159.

Рассматривается дифференциальный оператор

$$L = \left(\frac{d}{dz}\right)^n + p_{n-1}(z)\left(\frac{d}{dz}\right)^{n-1} + \ldots + p_0(z)$$

с целыми коэффициентами в пространстве E_ρ ($\rho > 1$) целых функций конечного порядка роста. Топология в E_ρ задается системой норм

$$\|f\|_{\rho,\varepsilon} = \sup M_f(r) \exp(-r^{\rho+\varepsilon}),$$

$$M_f(r) = \max_\theta |f(re^{i\theta})|.$$

Доказана следующая

Теорема. *Для того, чтобы оператор L был подобен в пространстве E_ρ оператору $\left(\frac{d}{dz}\right)^n$, необходимо и достаточно, чтобы его коэффициенты $p_{n-1}(z), \ldots, p_0(z)$ были полиномами, степени которых $m_{n-1}, \ldots, m_0$ соответственно удовлетворяют условию* $\max\limits_{0 \leqslant k \leqslant n-1} \frac{m_k - k + n}{n-k} \leqslant \rho$.

При построении оператора преобразования, реализующего подобие в условиях теоремы, использована схема Дельсарта и Лионса (РЖМат 11240, 1959) и М. К. Фаге (РЖМат 4641, 1959).

Библиогр. 8.