

Sur la cause de la variabilité d'éclat de η Aquilae.

par. B. Fessenkoff.

Parmi les étoiles variables à courte période dont la variabilité ne peut pas être expliquée par les éclipses dues au satellite invisible, il faut particulièrement noter l'étoile variable typique η Aquilae. Le caractère de la variation d'éclat de cette étoile est bien connu depuis les recherches de Schmidt, Argelander, Schönfeld, Lockyer, Stratonow et des autres. L'amplitude visuelle d'intensité est 0,61 de la grandeur stellaire. Les grandeurs limites dans le système de Potsdam sont 3,81—4,42.

L'étude photographique de cette variable montre que l'amplitude photographique est considérablement plus grande que l'amplitude visuelle. D'après Schwarzschild ¹⁾ le rapport $\frac{\text{ampl. photograph.}}{\text{ampl. visuelle}} = 1,9$ pour η Aquilae.

Cette particularité peut être considérée comme générale pour toutes les variables à courte période. Ainsi C. W. Wirtz ²⁾ a trouvé pour δ Cephei et ζ Geminorum 2,4 et 1,7 respectivement. Wilkens donne pour le même rapport dans le cas de $S V$ Cygni—1,4; dans le cas de X Cygni—1,8, T Vulpeculae—1,5, S Sagittae—1,7 et enfin dans le cas de V Vulpeculae—1,6. Ces différences dans les amplitudes de la variation d'éclat entraînent nécessairement les variations des couleurs des variables. Les changements de couleur étaient découverts indépendamment des observations photométriques proprement dites et on a reconnu que leur période coïncide avec celle de la variation d'éclat.

La période de η Aquilae est égale à $7^j 4^h 13^m 59^s,3$. L'intensité de l'étoile augmente assez rapidement après le minimum et atteint le maximum dans $2/6^h$. Ensuite elle s'abaisse plus lentement avec quelques maxima secondaires. D'après M. Stratonow ³⁾ la courbe de la variation d'éclat est très agitée pendant deux jours qui suivent le minimum, ce qui rend très difficile son tracé. Au contraire sur toute étendue restante le tracé

¹⁾ Publicat. der Kuffner'schen Sternwarte in Wien, V Band; 125, 1900.

²⁾ Astr. Nachr. 3689 - 90—91. 1901.

³⁾ Publication de l'observatoire de Taschkent. 5.

de cette courbe est assez facile. Les maxima secondaires arrivent, selon Lockyer ¹⁾, aux moments suivants après le maximum principal:

0^j15^h 2^j10^h 4^j5^h 6^j0^h

D'après la courbe de M. Stratonow ces maxima secondaires qui sont tout clairement visibles ont lieu aux moments:

0^j10^h 2^j10^h 4^j15^h 6^j1^h.

M. Stratonow remarque qu'il existe encore un maximum qui ne se trouve pas parmi ceux signalés par Lockyer. Ce maximum est bien marqué dans les observations de Stratonow. Il arrive à 3^j10^h après le maximum principal. Ce maximum peut être reconnu sur les courbes de Schmidt, Argelander et Schönfeld.

Quant à l'importance relative de ces maxima secondaires il faut noter ce qui suit. Le premier maximum secondaire à 0^j10^h est très peu prononcé. Les observations de Stratonow ne le montrent même pas d'une façon certaine. Je ne sais pas si l'on peut considérer son existence vraiment prouvée. Les autres maxima se suivent dans l'ordre décroissant. Celui qui arrive à 2^j10^h est très bien marqué et se trouve sur la plupart des courbes de cette variable. En général la courbe de la variation d'éclat après le maximum principal semble montrer les ondes dont l'amplitude diminue de plus en plus.

En 1895 M. Belopolsky ²⁾ a annoncé que la vitesse de η Aquilae suivant le rayon de la vision est variable. Depuis ce temps cette étoile était observée par M. Campbell à l'aide de Mills spectrographe. L'orbite du satellite spectroscopique était déterminée par M. Wright ³⁾. Les éléments qu'il a obtenus sont les suivants:

$V = -14,16$ klm. la vitesse du système suivant la ligne de la vision
 $e = 0,489$ $\omega = 68^{\circ},91$ $K = 20,59$ klm. $T = 67,120$
 $U = 77,173$ la période de révolution
 $a \sin i = 1545000$ klm.

Il semble à premier abord qu'il n'existe aucun rapport entre la courbe des vitesses radiales et celle de l'intensité de l'étoile. Mais on peut montrer tout de même que la variabilité de l'étoile dépend de son satellite.

¹⁾ Lockyer. Resultate aus den Beobachtungen des veränderlichen Sternes η Aquilae. Göttingen. 1897.

²⁾ Astroph. Journal. Vol. 6.

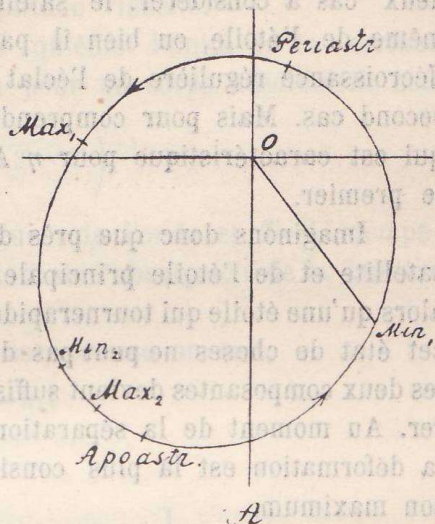
³⁾ Astrophys. Journal. February 1899.

Le dessin ci-joint présente la projection de l'orbite du satellite sur le plan passant par l'observateur. Celui-ci se trouve dans la direction de A, mais non dans le plan de l'orbite, de sorte que les éclipses mutuelles des deux composantes ne peuvent pas avoir lieu.

On peut se figurer que les deux corps sont suffisamment rapprochés l'un de l'autre pour provoquer des marées énormes qui peuvent les déformer considérablement.

Pour justifier cette supposition je rappellerai seulement que les recherches du Prof. Meyer sur le système double de β Lyrae ont donné pour le demi-grand axe de l'orbite du satellite 1,94 de rayon de l'étoile principale¹⁾.

Pour que l'éclat de η Aquilae puisse être minimum, il faut que la surface apparente de l'étoile soit minimum aussi, c'est à dire il faut que la déformation du satellite soit dirigée vers l'observateur dans la direction OA.



Cependant par suite de la viscosité, la déformation en question doit former un certain angle de décalage avec la direction sur le satellite. Si le coefficient de viscosité est très grand, cet angle est voisin de 90° ; si ce coefficient est petit il se rapproche de 0° . Dans le cas de η Aquilae l'angle de décalage est $\widehat{\text{Min}_1 OA}$. Nous voyons donc que la combinaison des observations spectroscopiques et photométriques peut donner quelques renseignements sur la viscosité des étoiles variables.

Mais continuons à suivre la marche du satellite sur son orbite. Nous constatons que la distance entre les composantes devient de plus en plus petite; par conséquent la déformation augmente en même temps qu'elle tourne, comme ceci est indiqué par la flèche. L'éclat total de l'étoile de même que sa surface apparente augmentent, et nous voyons la courbe d'intensité monter rapidement vers maximum.

Il est tout naturel de supposer que η Aquilae est entouré par une atmosphère plus ou moins étendue. A cause des déformations décrites tout à l'heure, la surface de l'étoile varie et, par suite, la hauteur de l'atmosphère et son pouvoir absorbant doivent varier aussi. Comme ce sont les rayons bleus et violets qui sont le plus absorbés, il est clair qu'au

¹⁾ André. Traité d'astronomie stellaire. Vol. II p. 295.

temps de minimum la variable doit paraître plus rougeâtre que pendant le maximum, ou en d'autres termes, que l'amplitude photographique de la variation d'éclat doit être plus grande que l'amplitude visuelle. C'est en effet ce qu'on observe pour toutes les étoiles variables à courtes périodes.

Ensuite le satellite s'approche du périastrion. En somme nous avons deux cas à considérer: le satellite pénètre en partie dans la substance même de l'étoile, ou bien il passe sans la toucher. Pour expliquer la décroissance régulière de l'éclat après le maximum il faut considérer le second cas. Mais pour comprendre la présence du maximum secondaire qui est caractéristique pour η Aquilae nous sommes obligés d'examiner le premier.

Imaginons donc que près du périastrion les couches supérieures du satellite et de l'étoile principale se pénètrent mutuellement. Nous n'avons alors qu'une étoile qui tourne rapidement autour de son centre de gravité. Mais cet état de choses ne peut pas durer longtemps. Dès que la distance entre les deux composantes devient suffisamment grande, celles-ci doivent se séparer. Au moment de la séparation qui arrive dans un point tel que Max_1 la déformation est la plus considérable et l'éclat de la variable atteint son maximum.

Comme après la rupture les deux masses tendent à adopter la figure d'équilibre stable, leurs couches superficielles allongées dans la direction de leur rayon-vecteur commun, tombent plus ou moins rapidement vers les centres respectifs de gravité. Ceci se traduit par la diminution rapide de l'intensité de l'étoile. Ces ondes dépassent les niveaux des surfaces de l'équilibre en faisant d'abord les corps moins aplatis qu'ils ne doivent être en raison de leur attraction mutuelle. Donc le minimum secondaire (Min_2) doit se trouver au dessous de la courbe moyenne de la variation d'éclat. Comme les corps doivent tout de même prendre la forme d'équilibre, ils deviennent ensuite un peu plus aplatis et cela produit le maximum secondaire dans un certain point de l'orbite tel que Max_2 .

Après cette onde principale se forment quelques autres oscillations normales à la surface, mais naturellement bien plus faibles que la première. Ceci produit les ondulations signalées plus haut de la courbe photométrique de cette variable. Cependant la distance entre les composantes continue à augmenter; la déformation due à l'attraction mutuelle doit donc diminuer de plus en plus, et nous arrivons enfin vers le minimum principal Min_1 , à partir de quoi le phénomène se répète de la même façon.

Comme on voit, j'explique la différence entre l'amplitude photographique et l'amplitude visuelle de la variation d'éclat par l'extension plus ou moins grande de la surface de l'étoile, ce qui rend la couche atmos-

phérique plus ou moins épaisse. L'absorption de la lumière dans cette couche qui est plus sensible pour les rayons à courtes longueurs d'ondes, produit le phénomène en question.

Cherchons maintenant dans quelle mesure il faut se figurer l'augmentation de la surface de l'étoile pour expliquer les différences observées entre l'amplitude photographique et l'amplitude visuelle.

Soit $f(\lambda, T)$ la quantité de l'énergie qu'émet l'unité de la surface de l'astre. D'après la loi de Planck on a pour un corps absolument noir

$$f(\lambda, T) = C\lambda^{-5} \left(e^{\frac{c}{\lambda T}} - 1 \right)^{-1}$$

où c et C sont les constantes, λ —la longueur de l'onde et T —la température absolue. Soit de plus k_λ le coefficient de l'absorption de la lumière dans l'atmosphère entourant l'étoile.

La quantité de l'énergie transmise est, comme on sait,

$$(*) \dots\dots\dots f(\lambda, T)e^{-k_\lambda l}$$

l est donné par expression suivante:

$$l = l_0 \left[\sec z - \frac{l_0}{2R} \operatorname{tg}^2 z \sec z + \dots \right]$$

où l_0 est la hauteur de l'atmosphère homogène, z —l'angle entre le rayon de la vision et la normale à la surface et R —le rayon de la courbure qui est grand par rapport à l_0 .

La quantité

$$e^{-k_\lambda l} = p_\lambda$$

est le coefficient de la transmission.

Pour obtenir l'intensité visuelle il faut multiplier l'expression (*) par le coefficient ε_λ , exprimant la sensibilité de la rétine pour la radiation de longueur d'onde λ .

L'intégrale
$$\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \varepsilon_\lambda f(\lambda, T) p_\lambda^l d\lambda$$

donne l'intensité visuelle de l'unité de la surface, observée à travers l'atmosphère de l'astre. L'éclat apparent de l'étoile est proportionnel à

$$\int_{\Sigma} ds \cos z \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \varepsilon_\lambda f(\lambda, T) p_\lambda^l d\lambda,$$

où la première intégration est étendue à toute la surface qui peut être visible à l'observateur.

Si la forme de la surface et la constitution de l'atmosphère sont connues, on peut évidemment calculer la formule précédente. Dans notre cas c'est impossible, parce que la masse déformée est d'une forme difficile à préciser. Pour faire un calcul approximatif prenons pour l une constante et remplaçons alors

$\int ds \cos z$
par la surface *apparente* de l'astre.

Soient l_{max} , l_{min} les valeurs de l correspondant au maximum et au minimum d'éclat de la variable et S_1 , S_2 les surfaces apparentes correspondantes.

Le rapport d'intensité max. à l'intensité min. c'est à dire l'amplitude visuelle est

$$\frac{S_1 \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \varepsilon_\lambda f(\lambda, T) p_\lambda^{l_{max}} d\lambda}{S_2 \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \varepsilon_\lambda f(\lambda, T) p_\lambda^{l_{min}} d\lambda}$$

Pour obtenir l'intensité photographique il faut prendre les coefficients ε'_λ exprimant la sensibilité de la plaque pour les différentes λ . L'amplitude photographique est donnée par l'expression tout à fait semblable à la précédente.

Soit maintenant n le rapport des amplitudes en question. Nous avons:

$$\frac{S_1 \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \varepsilon'_\lambda f(\lambda, T) p_\lambda^{l_{max}} d\lambda}{S_2 \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \varepsilon'_\lambda f(\lambda, T) p_\lambda^{l_{min}} d\lambda} = n \frac{S_1 \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \varepsilon_\lambda f(\lambda, T) p_\lambda^{l_{max}} d\lambda}{S_2 \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \varepsilon_\lambda f(\lambda, T) p_\lambda^{l_{min}} d\lambda}$$

Le coefficient de la transmission dans l'atmosphère de l'astre $p_\lambda^{l_0}$ est également inconnu. Mais les étoiles variables à courte période appartiennent pour la plupart des cas au même type spectral que le Soleil. Par conséquent nous pouvons assimiler avec un certain droit l'atmosphère de l'étoile à celle du Soleil.

Les observations de Vogel sur la distribution d'intensité sur le disque solaire aux distances différentes du centre ont permis à Seeliger¹⁾ de calculer les valeurs suivantes de $p_\lambda^{l_0}$:

| | | | | | | |
|-------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| λ | 662 $\mu\mu$ | 579 $\mu\mu$ | 513 $\mu\mu$ | 470 $\mu\mu$ | 443 $\mu\mu$ | 409 $\mu\mu$ |
| $p_\lambda^{l_0}$ | 0,77 | 0,66 | 0,63 | 0,64 | 0,57 | 0,54 |

¹⁾ Sitzber. der math.-phys. Classe d. K. Bayer. Akad. d. Wiss. Bd. 21 p, 264.

Si, au lieu de prendre le spectre total nous ne considérons que sa partie correspondante au maximum d'intensité, la dernière formulé se réduit à l'expression

$$p_{\lambda}^{l_{max.} - l_{min.}} = n p_{\lambda}^{l_{max.} - l_{min.}}$$

Dans le spectre visuel le maximum d'intensité se trouve à $\lambda = 570 \mu\mu$, tandis que dans le spectre photographique à $\lambda' = 430 \mu\mu$ ¹⁾. Les résultats de Seeliger nous montrent que dans le premier cas $p_{\lambda}^{l_0} = 0,70$ et dans le second cas à 0,56.

Prenons pour l la valeur moyenne pour toute la surface du Soleil:

$$l_m = \frac{1}{\pi r^2} \int_0^r \int_0^{2\pi} l \rho d\rho d\varphi$$

Comme

$$l = l_0 \left[\sec z - \frac{l_0}{2r} \operatorname{tg}^2 z \sec z + \dots \right]$$

et

$$\rho = r \operatorname{Sin} z$$

nous avons approximativement

$$l_m = \frac{l_0 r^2}{\pi r^2} \int_0^{\pi/2} \int_0^{2\pi} \operatorname{Sin} z dz d\varphi = 2l_0.$$

Les propriétés de l'atmosphère de l'étoile nous sont inconnues. Supposons qu'au temps de minimum quand l'étoile s'approche le plus de la forme sphérique, son atmosphère peut être assimilée, comme j'ai déjà dit, à celle du Soleil. Prenons par suite

$$p_{\lambda}^{l_{min}} = 0,314 \text{ et } p_{\lambda}^{l_{min}} = 0,490.$$

En se servant de ces valeurs on peut calculer la petite table suivante

| $\frac{l_{max}}{l_{min}}$ | n |
|---------------------------|------|
| 1,00 | 1,00 |
| 0,75 | 1,12 |
| 0,50 | 1,25 |
| 0,25 | 1,40 |
| 0,00 | 1,56 |

On voit que si la hauteur moyenne de l'atmosphère devient, par exemple, deux fois plus petite, le rapport $\frac{\text{ampl. photograph.}}{\text{ampl. visuelle}}$ est égal à 1,25.

¹⁾ Scheiner. Photographie der Gestirne p. 16.

Mais ces variations de la hauteur sont proportionnelles aux changements de la surface de l'étoile. On voit donc comment il faut se figurer la variation de la surface pour expliquer le rapport mentionné des amplitudes.

Ces résultats sont obtenus dans l'hypothèse que l'atmosphère est de la même hauteur dans tous les points de la surface. Mais il est extrêmement probable que lors de grandes déformations il se produit des irrégularités dans la distribution de l'atmosphère. Il est facile de voir que ceci augmente le rapport des amplitudes qui peut atteindre 1,56 à la limite. Enfin je dois remarquer qu'en réalité la lumière est émise par la substance même de l'étoile jusqu'à une certaine profondeur. Par conséquent, dans l'exposition rigoureuse du problème il faut prendre en considération non seulement l'absorption de lumière dans l'atmosphère de l'astre, mais aussi celle dans les couches supérieures. Cette circonstance doit augmenter davantage la différence des amplitudes.

Nous pouvons en conclure que dans l'état actuel de cette question on a le droit de considérer la différence des amplitudes provenant de la cause signalée. Nous voyons de plus que le problème d'étoiles variables est extrêmement compliqué. Il ne suffit pas de trouver les surfaces de niveau des masses fluides très rapprochées l'une de l'autre et d'évaluer leur portions visibles à l'observateur. Il faut traiter la question au point de vue de la théorie dynamique des marées en l'associant aux recherches les plus délicates de l'astrophotométrie.

Il est inutile de dire combien ce problème surpasse les moyens actuels de l'analyse. Il ne peut donc pas être résolu d'une façon quantitative. Tout au plus on peut donner l'explication purement qualitative des cas particuliers.

Correction au mémoire de M. S. Bernstein. «Quelques remarques sur l'interpôlation» (Comm. t. XV).

Dans mon article «Quelques remarques sur l'interpôlation» (t. XV) il s'est glissé une inexactitude dans l'énoncé d'une proposition qui se trouve en note à la page 58: il faut lire «Si la série $f(x) = \sum x^n P_n(x)$, où $P_n(x)$ est un polynome de degré non supérieur à kn , k étant fixe, converge sur un certain segment extérieur à l'origine, $f(x)$ est analytique à l'origine», au lieu de «Si la série $f(x) = \sum x^n P_n(x) \dots$, converge en un point différent de l'origine, $f(x)$ est analytique à l'origine».

S. Bernstein.
