О моментѣ количества движенія солнечной системы съ точки зрѣнія космогонической гипотезы Laplace'а.

В. Фесенковъ.

Гипотеза Laplace'а удовлетворительно объясняетъ различныя особенности солнечной системы. Малыя наклонности, малые эксцентриситеты орбитъ, прямое движеніе планетъ находятъ въ этой гипотезѣ простое и естественное объясненіе. Но существуетъ нѣсколько затруднительныхъ пунктовъ. Нѣсколько десятковъ лѣтъ тому назадъ Faye высказалъ мнѣніе, что существованіе нѣсколькихъ спутниковъ съ обратнымъ движеніемъ противорѣчатъ кореннымъ образомъ гипотезѣ Laplace'а. Однако эта особенность, неизвѣстная во время Laplace'а, объясняется теперь вліяніемъ приливовъ, возникавшихъ подъ вліяніемъ Солнца въ массахъ планетныхъ туманностей. Всѣ планеты имѣли раньше обратное направленіе вращенія. Тамъ, гдѣ приливы были достаточно сильны, вращеніе измѣнилось въ прямое. Для самыхъ отдаленныхъ планетъ оно осталось обратнымъ.

Другая особенность нашей системы состоитъ въ томъ, что первый спутникъ Марса—Фобосъ, дѣлаетъ полный оборотъ вокругъ планеты скорѣе, чѣмъ послѣдняя успѣваетъ повернуться вокругъ своей оси. По существу этотъ фактъ эквивалентенъ тому извѣстному свойству солнечной системы, что среднія скорости планетъ, являющіяся показателями скорости вращенія первоначальной туманности, даютъ для ея момента количества движенія въ предположеніи ея однородности значеніе безъ всякаго сравненія большее момента количества движенія теперешняго Солнца. Это свойство, извѣстное уже давно и особенно ясно представленное Fouché [1]), находило свое объясненіе въ предположеніи, что солнечная туманность съ самаго начала обладала рѣзко выраженнымъ и значительно уплотненнымъ ядромъ, что планеты образовались лишь изъ своего рода атмосферы первоначальнаго туманнаго

[1]) C. R. Vol. 99. p. 903.

тѣла. Напримѣръ, André[1]) въ своей репликѣ See находитъ возможнымъ удовлетвориться такимъ объясненіемъ.

Проф. Moulton[2]) изслѣдовалъ этотъ вопросъ теоретически. Предполагая, что плотности внутри туманности распредѣляются согласно Ritter'у[3]) онъ получилъ слѣдующія значенія для момента количества движенія солнечной системы въ различныя стадіи ея развитія.

$M =$ 32,176	туманность простирается до орбиты	Нептуна
13,250	» » » »	Юпитера
5,690	» » » »	Земли
3,400	» » » »	Меркурія
0,151	солнечная система въ настоящее время.	

Послѣ этого дѣлались попытки опредѣлить моментъ количества движенія въ предположеніи, что плотность представляется въ видѣ ряда, расположеннаго по степенямъ $\frac{1}{r}$, гдѣ r есть разстояніе отъ центра. Туманность принималась сферической и вращающейся равномѣрно вокругъ оси. Въ результатѣ получилось, что никакія значенія коэфиціентовъ, т. е. другими словами никакое центральное уплотненіе, не могутъ даже приблизительно удовлетворить требованію постоянства момента количества движенія, такъ называемому «критерію Babinet». Это обстоятельство является однимъ изъ самыхъ сильныхъ аргументовъ въ рукахъ противниковъ теоріи Laplace'а. Въ частности особенность движенія спутниковъ Марса всегда считалась слабымъ пунктомъ этой теоріи. Roche, много работавшій въ области космогоніи, построилъ свою теорію «внутреннихъ колецъ» для объясненія упомянутаго явленія. Но, не говоря уже о нѣкоторой искусственности такого объясненія, оно страдаетъ тѣмъ недостаткомъ, что нуждается для образованія колецъ внутри туманности въ другомъ матеріалѣ, чѣмъ для внѣшнихъ колецъ. По мнѣнію Poincaré[4]), внутреннія кольца должны состоять не изъ молекулъ газа, а изъ метеорной пыли, т. к. въ противномъ случаѣ въ силу внутренней диффузіи, онѣ не могли-бы существовать индивидуально. Этимъ предположеніемъ Roche значительно отдаляется отъ первоначальной концепціи Laplace'а. Однако и такое существенное измѣненіе не спасаетъ положенія, т. к. остается въ силѣ общій фактъ непостоянства моментовъ

[1]) Scientia. 1912. I. p. 153.
[2]) Astrophysical Journal. 1900. vol. XI.
[3]) Wiedemann Annalen. vol. XVI. 1882. p. 166.
[4]) Poincaré. Leçons sur les hypothèses cosmogoniques. p. 28.

количества движенія во всей системѣ; особенность движенія спутниковъ Марса есть, какъ я уже замѣтилъ, только частное проявленіе этой общей особенности. На основаніи изложеннаго въ послѣднее время возникло теченіе, совершенно отвергающее старую теорію Laplace'a и выдвигающее ей на смѣну рядъ новыхъ теорій, свободныхъ отъ указаннаго недостатка. Въ дальнѣйшемъ я постараюсь показать, что, въ противность распространенному мнѣнію, упомянутая особенность солнечной системы не только не несовмѣстима съ теоріей Laplace'a, но, наоборотъ, получаетъ въ этой теоріи простое и естественное объясненіе.

Согласно изслѣдованіямъ Lane'a, W. Thomson'a, See и др. внутри Солнца царятъ громадныя температуры и давленія.

Разсматривая Солнце, какъ состоящее изъ одноатомнаго газа и предполагая, что температура его поверхности равняется 12000 °C, что должно быть недалеко отъ истины, See [1]) пришелъ къ слѣдующимъ результатамъ:

Разстояніе отъ центра Солнца въ частяхъ солн. рад.	Давленіе въ атмосферахъ	Температура
1,00	—	12000 °C
0,95	3376805	3520293
0,90	21636565	7407160
0,70	536137160	26723100
0,50	2639437700	50556970
0,30	6759055500	73642880
0,10	10607851000	88191620
0,00	11215403000	90178370 °C

Эти числа, конечно, не отвѣчаютъ дѣйствительности, но тѣмъ не менѣе даютъ понятіе о порядкѣ давленій и температуръ внутри солнечной массы.

Согласно общепринятымъ воззрѣніямъ, я предполагаю, что солнце, постепенно охлаждаясь, сокращается въ объемѣ. Однако невозможно себѣ представить, что газы, находящіеся подъ давленіемъ въ милліарды атмосферъ, еще сохраняютъ способность къ сжатію. Съ другой стороны внутреннее треніе увеличивается, какъ извѣстно, съ температурой, а при большихъ давленіяхъ, быть можетъ и съ давленіемъ. Вслѣдствіе этого трудно допустить, чтобы въ средѣ солнечной массы были возможны конвекціонные потоки. Итакъ, мы можемъ заключить, что солнечныя центральныя части, находящіяся подъ огромнымъ давленіемъ и предохраненныя отъ охлажденія всей толщей выше лежащихъ слоевъ, остаются чувствительно безъ измѣненія. Уменьшеніе солнечнаго объема

---

[1]) Astr. Nachr. № 4053.

должно происходить главнымъ образомъ за счетъ поверхностныхъ слоевъ, подверженныхъ непосредственному охлажденію.

Отсюда слѣдуетъ, что, отступая въ прошлое, мы должны наоборотъ увеличивать объемъ Солнца главнымъ образомъ за счетъ его поверхностныхъ частей, оставляя центральныя части почти безъ измѣненія. Углубившись достаточно далеко въ прошлое, мы должны найти вмѣсто Солнца туманность съ рѣзко выраженнымъ центральнымъ сгущеніемъ и съ крайне разрѣженными поверхностными слоями. Мы приходимъ такимъ образомъ къ туманности Laplace'a.

Предположимъ, что эта туманность весьма медленно вращается вокругъ своей оси. Какимъ-бы образомъ въ ней ни распредѣлялись угловыя скорости, въ концѣ концовъ поверхностныя части станутъ вращаться скорѣе внутреннихъ. Дѣйствительно, мы уже видѣли, что сжатіе происходитъ главнымъ образомъ за счетъ поверхностныхъ слоевъ. Такъ какъ для каждой частицы туманности долженъ имѣть мѣсто въ плоскости экватора интегралъ площадей (если не принимать во вниманіе тренія), то угловая скорость поверхностныхъ частицъ должна увеличиваться въ большей мѣрѣ, чѣмъ скорость центральныхъ. Такимъ образомъ туманность, взятая въ извѣстной стадіи своей эволюціи, не будетъ вращаться равномѣрно вокругъ своей оси, но угловая скорость будетъ уменьшаться по мѣрѣ приближенія къ оси вращенія. Laplace, предполагая, что туманность вращается равномѣрно вокругъ оси, долженъ былъ допустить вмѣстѣ съ тѣмъ, что внутреннее треніе выравниваетъ разницу въ угловыхъ скоростяхъ. Однако это воззрѣніе недопустимо. Одинъ фактъ существованія экваторіальнаго ускоренія солнца и верхнихъ планетъ достаточно краснорѣчиво говоритъ противъ этого. Кромѣ того, теоретическое изслѣдованіе приводитъ къ тому же результату. Еще Helmholtz показалъ, насколько медленное дѣйствіе оказываетъ треніе на значительныя газовыя массы. Такъ напримѣръ для того, чтобы внутреннее треніе уменьшило на половину разность скоростей въ атмосферѣ высотой въ 8 klm., требуется 42747 лѣтъ [1]).

Съ увеличеніемъ газовой массы вліяніе внутренняго тренія быстро уменьшается. Къ подобнымъ же результатамъ приходятъ Wilsing, Sampson и Wilczynski. Указанное выше распредѣленіе угловыхъ скоростей въ туманности Laplace'a подтверждается наблюденіями надъ скоростью вращенія различныхъ оболочекъ Солнца. Хорошо извѣстно, что время вращенія фотосферы, опредѣленное по пятнамъ, измѣняется отъ 25 дней на экваторѣ до 27 дней подъ широтой въ 40°. (У полюсовъ время вращенія доходитъ, возможно, до 30 дней). Флокуллы водорода между

---

[1]) H. v. Helmholtz. Sitzungsber. Preuss. Akad. 1888 p. 647.

широтами — 45 $+ 45^0$ не показываютъ экваторіальнаго ускоренія. Ихъ среднее время обращенія равно, по измѣреніямъ miss Ware, 24,7 дней. Такимъ образомъ хромосфера, въ которой плаваютъ флоккулы водорода, имѣетъ бо́льшую угловую скорость, чѣмъ ниже лежащая фотосфера Солнца.

Спектроскопическимъ путемъ также найдено нѣкоторое уменьшеніе угловой скорости въ низкихъ слояхъ обращающагося слоя, производящаго фраунгоферовы линіи, несмотря на его ничтожную толщину по сравненію съ радіусомъ солнца[1]). Наконецъ изученіе поверхности Юпитера, въ массѣ котораго еще не сравнялись угловыя скорости, приводитъ къ подобнымъ же результатамъ.

Хорошо извѣстно, что угловая скорость краснаго пятна, принадлежащаго къ наиболѣе низкимъ образованіямъ, меньше угловой скорости облаковъ, находящихся подъ той-же самой широтой, но на болѣе высокомъ уровнѣ. Такимъ образомъ указанное распредѣленіе угловыхъ скоростей вполнѣ подтверждается наблюденіями.

Какъ извѣстно, возможность отдѣленія колецъ отъ первоначальной туманности тѣсно связана съ формой уровенныхъ поверхностей. Необходимо, чтобы крайнее меридіанное сѣченіе уровенной поверхности имѣло на экваторѣ двойную точку, въ которой сила притяженія уравновѣшивалась бы съ центробѣжной силой. Черезъ эту точку, какъ показалъ Roche, въ каждой меридіанной плоскости происходитъ истеченіе матеріи туманности, образующей кольцо. Покажемъ, что и при нашемъ распредѣленіи угловыхъ скоростей поверхности уровня будутъ имѣть тотъ же характеръ и что, слѣдовательно, всѣ слѣдствія гипотезы Laplace'a могутъ быть приложены и къ данному случаю.

Возьмемъ уравненія гидродинамики Euler'a

$$\frac{1}{\varrho}\frac{dp}{dx}=X-u\frac{du}{dx}-v\frac{du}{dy}-w\frac{du}{dz}-\frac{du}{dt}$$

$$\frac{1}{\varrho}\frac{dp}{dy}=Y-u\frac{dv}{dx}-v\frac{dv}{dy}-w\frac{dv}{dz}-\frac{dv}{dt}$$

$$\frac{1}{\varrho}\frac{dp}{dz}=Z-u\frac{dw}{dx}-v\frac{dw}{dy}-w\frac{dw}{dz}-\frac{dw}{dt},$$

гдѣ p — давленіе, ϱ — плотность, X, Y, Z — проэкціи на координатныя оси равнодѣйствующей всѣхъ силъ, приложенныхъ къ данной точкѣ, u, v, w — проэкціи скорости. Предположимъ, что p есть функція ϱ и что, слѣдовательно, $\frac{dp}{\varrho}$ есть точный дифференціалъ.

[1]) St. John. Astroph. J. Vol. 38.

Каждая молекула обращается вокругъ оси съ угловою скоростью ω. Примемъ ось x-овъ за ось вращенія. Имѣемъ:

$$u = 0; \quad v = -\omega z; \quad w = \omega y.$$

Предположимъ далѣе, что сила, приложенная къ молекулѣ, есть притяженіе ядра туманности. Взаимными притяженіями молекулъ, принадлежащихъ къ атмосферѣ туманности, мы пренебрегаемъ.

Силовая функція есть, слѣд.

$$V = \frac{M}{r}.$$

Уравненія движенія принимаютъ видъ:

$$\frac{1}{\varrho}\frac{dp}{dx} - \frac{\partial V}{\partial x} = 0$$

$$\frac{1}{\varrho}\frac{dp}{dy} - \frac{\partial V}{\partial y} = \omega^2 y$$

$$\frac{1}{\varrho}\frac{dp}{dz} - \frac{\partial V}{\partial z} = \omega^2 z.$$

Полагая

$$\frac{dp}{\varrho} = d\Pi,$$

мы получаемъ

$$d\Pi - dV = \omega^2(ydy + zdz)$$

или

$$d(\Pi - V) = \omega^2 RdR,$$

гдѣ $R = \sqrt{y^2 + z^2}$ есть разстояніе точки отъ оси вращенія. Лѣвая часть есть полный дифференціалъ; правая часть должна быть также полнымъ дифференціаломъ. Отсюда слѣдуетъ, что ω^2 есть функція только R.

Мы можемъ поэтому положить

$$\omega^2 R = \varphi'(R).$$

Предыдущее уравненіе даетъ послѣ интеграціи

$$\Pi - V - \varphi(R) = \text{const}.$$

Поверхности одинаковаго давленія или поверхности уровня получатся, если положить $\Pi = \text{const}$.

Мы имѣемъ:

$$\varphi + V = C$$

или

$$\varphi + \frac{M}{r} = C.$$

Меридіанныя кривыя получатся, если положить $z = 0$.

$$\varphi(y) + \frac{M}{\sqrt{x^2 + y^2}} = C.$$

Это уравненіе меридіаннаго сѣченія въ случаѣ, когда угловая скорость представляется выраженіемъ

$$\omega^2 R = \varphi'(R),$$

было выведено Poincaré.

Положимъ теперь, что ω^2 можетъ быть представлено въ видѣ ряда съ постоянными коэффиціентами, расположеннаго по степенямъ R.

$$\omega^2 = a + bR + cR^2 + \ldots$$

Въ случаѣ, разобранномъ Roche'емъ, $b = c = \ldots = 0$.

Въ данномъ случаѣ имѣемъ:

$$\varphi(R) = \int_0^R (aR + bR^2 + cR^3 + \ldots) dR = \frac{aR^2}{2} + \frac{bR^3}{3} + \frac{cR^4}{4} + \ldots$$

Слѣдовательно, меридіанное сѣченіе есть:

$$1) \qquad \frac{ay^2}{2} + \frac{by^3}{3} + \frac{cy^4}{4} + \ldots + \frac{M}{\sqrt{x^2 + y^2}} = C.$$

Изслѣдуемъ форму меридіанныхъ кривыхъ различныхъ поверхностей уровня. Предположимъ, что x и y очень малы. Имѣемъ приблизительно:

$$\frac{M}{\sqrt{x^2 + y^2}} = C,$$

т. е. уравненіе круга. Обозначимъ черезъ R и R' экваторіальный и полярный радіусы меридіаннаго сѣченія въ общемъ случаѣ.

R дается уравненіемъ:

$$\frac{aR^2}{2} + \frac{bR^3}{3} + \frac{cR^4}{4} + \ldots + \frac{M}{R} = C$$

R' опредѣляется изъ выраженія:

$$\frac{M}{R'} = C.$$

Отсюда слѣдуетъ:

$$2)\qquad \frac{R-R'}{R}C = \frac{aR^2}{2} + \frac{bR^3}{3} + \ldots$$

Въ центрѣ туманности $(x = y = 0)\,C = \infty$. Съ разстоянiемъ отъ центра C постепенно уменьшается. Слѣдовательно, сжатiе меридiаннаго сѣченiя т. е. величина $\frac{R-R'}{R}$ увеличивается съ R.

Если мы будемъ искать поверхность уровня, для которой $C = \min.$, то придемъ къ уравненiю

$$3)\qquad aR + bR^2 + cR^3 + \ldots - \frac{M}{R^2} = 0.$$

За этой поверхностью C увеличивается и снова достигаетъ ∞ на безконечно-большомъ разстоянiи отъ начала координатъ.

Продифференцируемъ уравненiе 1), предполагая C постояннымъ. Имѣемъ

$$ay + by^2 + cy^3 + \ldots - \frac{M\left(y + x\frac{dx}{dy}\right)}{\left(x^2 + y^2\right)^{\frac{3}{2}}} = 0.$$

Если $x = 0$ и $y \neq 0$, то должно быть $\frac{dx}{dy} = \infty$, т. е. уровенная поверхность пересѣкаетъ ось y-овъ подъ прямымъ угломъ. Если же $\frac{dx}{dy} \neq \infty$, то y долженъ удовлетворять уравненiю:

$$ay + by^2 + cy^3 + \ldots - \frac{M}{y^2} = 0.$$

Это уравненiе тождественно съ 3). Въ этой точкѣ меридiанное сѣченiе пересѣкаетъ ось y-овъ не подъ прямымъ угломъ. Такъ какъ ось y-овъ есть ось симметрiи, то разсматриваемая точка должна быть двойной. Если $y = 0$ и $x \neq 0$, то $\frac{dx}{dy} = 0$ при всѣхъ значенiяхъ x-а. Всѣ поверхности уровня пересѣкаютъ ось x-овъ подъ прямымъ угломъ.

Найдемъ, наконецъ, точку на оси y-овъ, въ которой центробѣжная сила уравновѣшивается силой центростремительной. Поверхность уровня, на которой находится эта точка, является предѣльной поверхностью туманности.

Центробѣжная сила представляется выраженіемъ:

$$\omega^2 y = ay + by^2 + cy^3 + \ldots$$

Центростремительная же есть

$$-\frac{M}{y^2}.$$

Такъ какъ равнодѣйствующая обѣихъ силъ въ искомой точкѣ равна нулю, то

$$ay + by^2 + cy^3 + \ldots - \frac{M}{y^2} = 0.$$

Мы опять получили уравненіе 3). Такимъ образомъ меридіанное сѣченіе обладаетъ двойной точкой, лежащей на той поверхности уровня, для которой C имѣетъ минимальное значеніе. Въ этой точкѣ центробѣжная сила уравновѣшивается съ силой притяженія.

Всѣ эти свойства поверхностей уровня являются существенными въ гипотезѣ Laplace'a. Roche первый указалъ на нихъ для случая постоянной угловой скорости. Но мы видимъ, что они остаются и въ томъ случаѣ, когда угловая скорость уменьшается по какому либо закону съ приближеніемъ къ оси вращенія. Слѣдовательно и въ этомъ случаѣ образованіе колецъ можетъ происходить въ силу механизма, уже описаннаго Laplace'омъ.

Доказавъ, что я имѣлъ право принять упомянутое выше распредѣленіе угловыхъ скоростей, я перейду къ объясненію особенности системы Марса.

Наблюдаемая скорость спутниковъ Марса опредѣлилась скоростью вращенія поверхностныхъ слоевъ первоначальной планетной туманности, находившихся въ плоскости экватора вблизи двойной точки. Послѣ отдѣленія колецъ планетная туманность продолжала сжиматься, причемъ ея скорость вращенія постепенно увеличивалась. Въ концѣ концовъ планета пришла въ свое теперешнее состояніе. Ея поверхностные слои отвердѣли, и вся масса, несмотря на медленность дѣйствія тренія, стала вращаться вокругъ оси съ одинаковою угловою скоростью. Такимъ образомъ наблюдаемая угловая скорость Марса есть средняя скорость всей его массы, которая на основаніи вышеизложеннаго должна быть меньше и можетъ быть значительно меньше, чѣмъ соотвѣтствующая скорость поверхностныхъ слоевъ.

Если образованіе спутника происходитъ недалеко отъ окончательной поверхности центральнаго свѣтила, то легко представить себѣ, что средняя скорость вращенія послѣдняго можетъ быть меньше скорости спутника. Это дѣйствительно имѣетъ мѣсто для перваго спутника Марса—Фобоса, который вращается вокругъ планеты на разстояніи всего 2,77 діаметровъ послѣдней.

Солнце не вращается вокругъ оси съ постоянной угловой скоростью. Процессъ замедленія скорости поверхностныхъ слоевъ для него еще далеко не кончился. Наблюдаемая угловая скорость Солнца еще ничего не говоритъ о моментѣ количества движенія всей его массы. Тѣмъ менѣе возможно опредѣлять моментъ количества движенія первичной туманности по наблюдаемымъ въ настоящее время скоростямъ планетъ.

Съ изложенной здѣсь точки зрѣнія подобныя попытки должны необходимо приводить къ непомѣрно большимъ значеніямъ, какое бы распредѣленіе плотностей ни было принято.

Итакъ мы видимъ, что гипотеза Laplace'a способна объяснить упомянутую выше особенность солнечной системы. Она несомнѣнно является наиболѣе удовлетворительной изъ всѣхъ космогоническихъ гипотезъ.

Астрономическая Обсерваторія.
Харьковъ. 23 IV 1916.