

Способъ Гаусса для измѣренія фокусныхъ разстояній линзъ.

Г. В. Левицкаго.

§ 1.

Точное измѣреніе фокусныхъ разстояній линзъ оптическихъ инструментовъ играетъ нерѣдко весьма важную роль при работахъ съ этими послѣдними. Такъ напримѣръ, по извѣстной длинѣ фокуснаго разстоянія объектива и по разстоянію между нитями, простѣйшимъ и притомъ точнѣйшимъ образомъ получаютъ угловыя разстоянія нитей. Подобнымъ-же образомъ,—и нерѣдко даже съ еще большею точностью, чѣмъ для разстоянія нитей,—можетъ быть получена средняя угловая цѣна одного оборота микрометричнаго винта окулярныхъ микрометровъ.

Существуетъ множество способовъ и инструментовъ для опредѣленія фокусныхъ разстояній. Профессоръ Silvanus P. Thompson, въ рѣчи, читанной 27 ноября 1891 г. въ Society of Arts въ Лондонѣ ¹⁾ насчитываетъ 20 такихъ способовъ, кромѣ того способа, который онъ самъ предлагаетъ. Но списокъ Томпсона далеко не полонъ. Въ немъ прежде всего не упомянуть способъ, предложенный Гауссомъ въ его *Dioptrische Untersuchungen*, также способы: Моэссара (*Études des lentilles et objectifs photographiques*, par Moëssard, 1889), Schröder'a (*Die Elemente der photographischen Optik*. 1891) и способъ Abbe, который описанъ въ статьѣ Czapski ²⁾, появившейся уже послѣ опубликованія упомянутой рѣчи Томпсона. Оставляя пока въ сторонѣ прежніе способы, рассмотримъ теперь вкратцѣ способы Томпсона и Аббе, какъ новѣйшіе и предложенные притомъ наиболѣе компетентными спеціалистами: Томпсонъ состоитъ директоромъ Technical College въ Finsbury, профессоръ-же Аббе принадлежитъ

¹⁾ Silvanus P. Thompson, Ueber die Messung von Linsen, Central-Zeitung für Optik und Mechanik. 1891, №№ 4, 5 и 6.

²⁾ Mittheilungen aus der optischen Werkstätte von Carl Zeiss in Jena, Zeitschrift für Instrumentenkunde, 1892, pp. 185 и слѣд.

къ числу первыхъ современныхъ авторитетовъ по теоріи и устройству оптическихъ приборовъ.

При выборѣ конструкціи прибора для измѣренія фокусныхъ разстояній проф. Аббе имѣлъ въ виду три слѣдующихъ основныхъ положенія для всякихъ измѣреній помощью оптическихъ изображеній.

1) Точныя измѣренія не должны быть зависимы отъ опредѣленія мѣстъ оптическихъ изображеній.

2) Измѣренія не должны зависеть даже и не прямымъ образомъ отъ установки.

Пусть на примѣръ измѣряется величина $y' = PQ$ изображенія предмета y , доставляемого системой S и пусть $\delta x'$ будетъ погрѣшность установки, считаемая по оси системы. Тогда съ помощью измѣрительнаго прибора, дѣйствительно или виртуально находящагося въ перпендикулярной къ оси системы плоскости $P'Q'$, несовпадающей, вслѣдствіе неточности установки, съ плоскостью PQ , мы будемъ дѣлать наведеніе не на точку P , въ которой оканчивается длина изображенія y' , а на точку P' , лежащую въ срединѣ круга рассѣянна пучка лучей, идущихъ отъ конечности предмета y . Обозначая уголъ, образуемый осью пучка съ осью системы, черезъ w и линейное увеличеніе $\frac{Y'}{Y}$ черезъ N , легко находимъ:

$$\frac{\delta y}{y} = \frac{\delta x' \operatorname{tg} w}{Ny}.$$

3) Вслѣдствіе извѣстныхъ причинъ, конечныхъ размѣровъ изображенія предметовъ не во всѣхъ частяхъ подобны самимъ предметамъ. Поэтому, при выводѣ фокусныхъ разстояній линзъ изъ измѣреній размѣровъ доставляемыхъ ими изображеній, искаженіе этихъ послѣднихъ должно быть принято во вниманіе или-же исключено какимъ-либо образомъ.

Фокометръ устроенный Аббе свободенъ отъ вліянія трехъ перечисленныхъ сейчасъ поводовъ къ погрѣшностямъ измѣреній, вслѣдствіе чего оказалось возможнымъ дать всему прибору небольшие размѣры. По внѣшнему виду, фокометръ Аббе весьма сходенъ съ обыкновеннымъ микроскопомъ, отъ котораго отличается главнѣйшимъ образомъ лишь тѣмъ, что къ прибору присоединены двѣ раздѣленные на мелкія дѣленія шкалы, находящіяся въ постоянномъ разстояніи одна отъ другой на штативѣ прибора. Верхняя шкала соединена съ объектнымъ столомъ микроскопа и можетъ быть отодвигается въ сторону для того, чтобы видѣть нижнюю шкалу, неподвижно прикрѣпленную къ стойкамъ стола. Верхняя пластинка стола сдѣлана подвижной и величина ея перемѣщеній измѣряется микрометреннымъ винтомъ. Вмѣсто перемѣщенія

этой пластинки можно было-бы перемѣщать трубку микроскопа параллельно самой себѣ. Но съ-технической стороны устройство перемѣщенія трубы представляетъ бѣльшія затрудненія, чѣмъ устройство перемѣщенія пластинки. Поэтому въ фокометрѣ небольшихъ размѣровъ, устроенномъ Аббе еще въ 1867, употреблена подвижная пластинка. Въ приборѣ-же, устраиваемомъ нынѣ для II-го отдѣленія physikalisch-technisches Reichsanstalt и предназначенномъ для измѣреній большихъ линзъ, сдѣлано будетъ приспособленіе для перемѣщенія трубы.

Для измѣренія фокуснаго разстоянія приборомъ Аббе нужно совершить слѣдующія операци.

Устанавливаютъ микроскопъ на средній штрихъ верхней шкалы. Затѣмъ кладутъ на объектный столъ микроскопа изслѣдуемую линзу S , (простую или сложную) совмѣщая центръ ея съ визирной линіей микроскопа. Дѣйствуя микрометреннымъ винтомъ, перемѣщающимъ подвижную пластинку стола вмѣстѣ съ изслѣдуемой линзой, насколько дозволяютъ размѣры послѣдней, дѣлаютъ наведеніе микроскопа на крайній видимый приэтомъ штрихъ шкалы t и отчитываютъ показаніе микрометренного винта. Двигая потомъ микрометренный винтъ въ обратную сторону, наводятъ микроскопъ на другое крайнее дѣленіе шкалы t , симметричное съ первымъ относительно средняго ея дѣленія и снова отчитываютъ показаніе микрометренного винта. Означимъ черезъ y_1 разстояніе между крайними штрихами шкалы, на которые дѣлались наведенія и черезъ Y_1 длину соответствующаго перемѣщенія подвижной пластинки вмѣстѣ съ линзой. Отодвинувъ въ сторону шкалу t , дѣлаютъ двѣ такія-же установки на нижнюю шкалу T съ соответствующими отчетами микрометренного винта. Приэтомъ нужно бываетъ сдѣлать нѣсколько разъ перемѣну объективовъ микроскопа, для чего къ прибору присоединяется пять объективовъ съ различными фокусными разстояніями. Соответственно съ предъидущими обозначеніями, изъ наведеній на нижнюю шкалу получимъ величины y_2 и Y_2 . Означимъ далѣе черезъ a разстояніе между раздѣленными поверхностями шкалъ t и T , тогда искомое фокусное разстояніе f линзы S найдется изъ выраженія:

$$f = \frac{a}{\frac{y_2}{Y_2} - \frac{y_1}{Y_1}}.$$

Отсюда погрѣшность df искомага фокуснаго разстоянія, въ зависимости отъ погрѣшностей dy_1 , dY_1 , dy_2 и dY_2 , будетъ:

$$\frac{df}{f} = \frac{da}{a} - \frac{f}{a} \frac{y_1}{Y_1} \left(\frac{dY_1}{Y_1} - \frac{dy_1}{y_1} \right) + \frac{f}{a} \frac{y_2}{Y_2} \left(\frac{dY_2}{Y_2} - \frac{dy_2}{y_2} \right).$$

Въ большинствѣ случаевъ множитель при $\frac{dY_1}{Y_1} - \frac{dy_1}{y_1}$ будетъ весьма мало отличаться отъ нуля, а множитель при $\frac{dY_2}{Y_2} - \frac{dy_2}{y_2}$ будетъ близокъ къ единицѣ. Поэтому предыдущему выраженію можно придать слѣдующій простой видъ:

$$\frac{df}{f} = \frac{da}{a} - \frac{dy_2}{y_2} + \frac{dY_2}{Y_2} + \frac{f}{a} \frac{dy_1}{Y_1}, \dots \dots \dots (a)$$

въ которомъ принять во вниманіе наибольшей изъ двухъ членовъ выраженія $\frac{dY_1}{Y_1} - \frac{dy_1}{y_1}$.

Czapski оцѣниваетъ слѣдующимъ образомъ величину отдѣльныхъ членовъ выраженія (a)

$$\frac{da}{a} \text{ около } 0.0001$$

$$\frac{dy_2}{y_2} \text{ и } \frac{dY_2}{Y_2} \text{ " } 0.001$$

$$\frac{dy_1}{Y_1} \text{ отъ } 0.0002 \text{ до } 0.0001.$$

Такимъ образомъ относительная погрѣшность при опредѣленіи фокусныхъ разстояній фокометромъ Аббе, при условіи, впрочемъ, весьма совершенной работы отдѣльныхъ частей прибора, не превзойдетъ чувствительнымъ образомъ величину 0.002.

Приборъ Томпсона представляется гораздо менѣ совершеннымъ по сравненію съ приборомъ Аббе и нельзя не согласиться съ мнѣніемъ Czapski, что существованіе послѣдняго прибора дѣлаетъ излишнимъ существованіе перваго. Самый-же способъ Томпсона, въ сущности, тождественъ съ способомъ Шрөдера, изложеннымъ въ цитированномъ выше сочиненіи его: Die Elemente d. phot. Optik, pp. 163—165 и опубликованномъ еще до изданія этой книги въ журналѣ Фогеля. Для измѣренія фокусныхъ разстояній на приборѣ Томпсона опредѣляются положенія главныхъ фокусовъ изслѣдуемой линзы и положенія ея симметрическихъ (вторыхъ или отрицательныхъ главныхъ) плоскостей. Для этого опредѣляются положенія оптическихъ изображеній соответственно расположенныхъ предметовъ. Такимъ образомъ здѣсь нарушается первое основное требованіе для точнаго измѣренія, упомянутое нами выше. Приэтомъ, по отношенію къ опредѣленію положеній главныхъ фокусовъ, неточность можетъ еще замѣтнымъ образомъ увеличиться вслѣдствіе употребленія коллиматоровъ, вмѣсто бесконечно удаленныхъ пред-

метовъ. Употребленія коллиматоровъ представляетъ весьма значительныя удобства при различныхъ изслѣдованіяхъ инструментовъ, но ими не слѣдуетъ пользоваться для точнаго опредѣленія фокусныхъ разстояній такъ, какъ то дѣлаютъ Томпсонъ и Шрöderъ или какъ Бергеръ ¹⁾. Дѣйствительно, помимо трудности опредѣленія положенія оптическаго изображенія, въ разсматриваемомъ случаѣ положеніе это будетъ замѣтно не совпадать съ главнымъ фокусомъ изслѣдуемой линзы съ большимъ фокуснымъ разстояніемъ, при самой незначительной погрѣшности въ установкѣ сѣтки нитей коллиматора въ главномъ фокусѣ его объектива. Назовемъ черезъ ϵ разстояніе сѣтки нитей отъ этого фокуса, считая ϵ положительнымъ, если сѣтка нитей дальше отъ изслѣдуемой линзы, чѣмъ фокусъ окуляра коллиматора. Пусть далѣе F и f суть фокусныя разстоянія линзы и объектива коллиматора; тогда, пренебрегая разстояніемъ между этими послѣдними, по сравненію съ разстояніемъ объектива коллиматора до доставляемаго имъ изображенія нитей, мы найдемъ, что изображеніе тѣхъ-же нитей, послѣ прохожденія лучей черезъ изслѣдуемую линзу, получится не въ фокусѣ ея, а ближе къ ней на величину $\left(\frac{F}{f}\right)^2$ (съ точностью до величинъ 2-го порядка отъ малой дроби $\frac{\epsilon}{f}$). При изслѣдованіи объективовъ астрономическихъ инструментовъ въ большинствѣ случаевъ мы будемъ имѣть $F > f$. Поэтому, при значительной величинѣ отношенія $\frac{F}{f}$, даже незначительная погрѣшность въ установкѣ нитей коллиматора можетъ дать замѣтную неточность въ опредѣленіи положенія фокуса линзы. Точная-же установка сѣтки нитей въ фокусѣ объектива, какъ извѣстно, достигается не легко ²⁾ и можетъ измѣняться съ измѣненіемъ температуры.

Приборъ, устроенный Томпсономъ, достаточенъ лишь для измѣренія фокусныхъ разстояній, не превосходящихъ приблизительно 150 mm. Устройство подобнаго-же прибора для измѣренія фокусныхъ разстояній даже небольшихъ астрономическихъ объективовъ стоило-бы очень дорого, для объективовъ-же значительныхъ размѣровъ приборъ Томпсона былъ бы вовсе не выполнимъ. Употребленіе-же его метода измѣренія фокусныхъ разстояній при другихъ, болѣе простыхъ, чѣмъ его фокометръ, приспособленіяхъ не представляетъ никакихъ выгодъ, по сравненію даже съ простѣйшими прежними способами.

¹⁾ Zeitschrift für Instrumentenkunde, 1886, pp. 272 и слѣд.

²⁾ Нѣкоторыя интересныя данныя по этому предмету см. въ статьѣ Förster'a: Ueber die Beleuchtung der Mikrometer-Einrichtungen etc., Zeitschrift für Instrumentenkunde, 1881.

§ 2.

Такимъ образомъ изъ новѣйшихъ фокометровъ только приборъ Аббе можно считать устроеннымъ наиболѣе цѣлесообразно и безъ сомнѣнiя онъ войдетъ во всеобщее употребленiе, не смотря на его, вѣроятно, довольно значительную стоимость. Однако и этотъ приборъ, повидимому, недостаточенъ для нѣкоторыхъ измѣренiй, въ которыхъ встрѣчается надобность въ астрономической практикѣ. Въ самомъ дѣлѣ, выше мы видѣли, что погрѣшность измѣренiй фокометромъ Аббе можетъ достигать до 0.002 измѣряемой величины. Повторенiе измѣренiй при этомъ едва-ли можетъ доставить замѣтное увеличенiе точности средняго результата, такъ какъ при этомъ не будутъ исключаться неизбѣжныя, такъ называемыя постоянныя погрѣшности прибора, которыхъ относительныя величины полностью войдутъ въ выраженiе для $\frac{df}{f}$. Слѣдовательно даже самыя незначительныя постоянныя погрѣшности величинъ a , y_1 , и т. д. при большихъ фокусныхъ разстоянiяхъ, дадутъ болѣе или менѣе значительную абсолютную погрѣшность величины искомага фокуснаго разстоянiя. Кажется поэтому, что относительную погрѣшность измѣренiй фокометромъ Аббе, даже и при нѣсколькихъ измѣренiяхъ одного и того же фокуснаго разстоянiя, слѣдуетъ считать равной не менѣе 0.001 измѣряемой величины. Но для большинства астрономическихъ объективовъ эта точность почти равняется или даже меньше той, съ какой мы найдемъ ихъ фокусное разстоянiе по способу Бесселя, пренебрегая вовсе разстоянiемъ λ между главными точками. Какъ извѣстно, въ длинѣ фокуснаго разстоянiя мы дѣлаемъ при этомъ погрѣшность, почти равную одной четверти λ . По вычисленiю Гаусса ¹⁾, для Кенигсбергскаго гелиометра такая погрѣшность составляетъ около $\frac{1}{1300}$ его фокуснаго разстоянiя. Для объективовъ инструментовъ Харьковской астрономической обсерваторiи таже погрѣшность заключается въ предѣлахъ отъ 0.001 до 0.002 (последняя величина для кометискателя). Слѣдовательно фокометръ Аббе для астрономическихъ объективовъ не даетъ больше, чѣмъ можетъ дать способъ Бесселя, требующiй лишь простыхъ и не дорогихъ приспособленiй, по крайней мѣрѣ для линзъ не слишкомъ значительныхъ размѣровъ. Для послѣднихъ-же едвали впрочемъ и возможно примѣнять приборъ Аббе, тогда какъ опредѣленiе фокусныхъ разстоянiй по способу Бесселя и для нихъ потребовало-бы сравнительно не слишкомъ значительныхъ издержекъ.

Въ нѣкоторыхъ случаяхъ, наконецъ, желательна большая точность, чѣмъ та, которую можетъ доставить, при какихъ бы то нибыло усло-

¹⁾ С. F. Gauss; Werke, Bnd. V, Dioptrische Untersuchungen. p. 270.

віяхъ, фокометръ Аббе. Обозначимъ черезъ r разстояніе между двумя какими нибудь мѣтками (двумя постоянными нитями или двумя положеніями подвижной нити и пр.) микрометренного аппарата, помѣщеннаго дѣйствительно или виртуально въ фокальной плоскости объектива; фокусное разстояніе объектива по прежнему обозначимъ черезъ f , тогда погрѣшность dx угловой цѣны разстоянія r въ зависимости отъ погрѣшностей dr и df найдемъ изъ выраженія:

$$dx = x \frac{dr}{r} - x \frac{df}{f}.$$

При значительной величинѣ x вліяніе погрѣшности $\frac{df}{f}$, равной 0.001, можетъ сдѣлаться уже чувствительнымъ. Уменьшенія величины $\frac{df}{f}$, по крайней мѣрѣ, до 0.0001, какъ мнѣ кажется, простѣйшимъ образомъ можно достигнуть, употребляя для измѣренія f тотъ же способъ Бесселя, но съ нѣкоторыми дополнительными операціями, которыя указаны Гауссомъ въ 18, 20 и 21 параграфахъ его *Dioptrische Untersuchungen*.

§ 3.

Обозначимъ, согласно съ Гауссомъ, черезъ λ разстояніе между главными точками оптической системы, черезъ c постоянное и большее $4f + \lambda$ разстояніе между предметомъ и его изображеніемъ, доставляемымъ системой въ двухъ ея положеніяхъ между предметомъ и изображеніемъ и черезъ $b' - b$ величину перемѣщенія системы въ направленіи ея оси между этими двумя ея положеніями. Тогда

$$f = \frac{1}{4} (c - \lambda) - \frac{(b' - b)}{4(c - \lambda)} (b' - b) \dots \dots \dots (1)$$

Для опредѣленія входящаго въ это выраженіе разстоянія между главными точками, нужно опредѣлить еще нѣкоторыя величины. Будемъ считать разстоянія по оси системы отъ нѣкоторой, находящейся на этой оси и неизмѣнно связанной съ системой, точки D . За эту точку для объективовъ выгодно принять точку пересѣченія оси съ плоскостью, соприкасающеюся съ наружнымъ краемъ оправы объектива. Назовемъ разстоянія, считаемыя положительными, отъ точки D до ея изображенія черезъ b'' и до главныхъ фокусовъ—черезъ p и q ; тогда имѣемъ:

$$\lambda = b'' + \frac{[p - \sqrt{p(q - b'')}]^2}{p} [p - \sqrt{p(q - b'')}] \dots \dots \dots (2)$$

Величины p , q , f и λ связаны между собою зависимостью:

$$p + q = 2f + \lambda, \dots \dots \dots (3)$$

которая может служить для контроля измѣреній.

Величина b'' будетъ для астрон. объективовъ всегда весьма мала по сравненію съ мало разнящимися между собою величинами p и q ; слѣдовательно численное значеніе второго члена правой части выраженія для λ также будетъ очень мало и небольшія погрѣшности въ p и q не окажутъ замѣтнаго вліянія на точность опредѣленія λ . Поэтому можно ограничиться только приближеннымъ опредѣленіемъ величинъ p и q , не уменьшая этимъ точности опредѣленія λ и f .

Въ способѣ Гаусса непосредственно измѣряются слѣдующія величины: c , $b' - b$, b'' , p и q , изъ которыхъ только длина c есть разстояніе между матеріальными точками: крестомъ нитей мира (предметъ) и крестомъ нитей, расположенныхъ въ фокусѣ окуляра, черезъ который разсматривается мира. Всѣ остальные величины получаютъ черезъ опредѣленіе мѣстъ оптическихъ изображеній. Такимъ образомъ, способъ Гаусса, повидимому, погрѣшаетъ противъ перваго основнаго требованія Аббе для точныхъ измѣреній. Но легко видѣть, что въ данномъ случаѣ ошибки въ опредѣленіи мѣстъ оптическихъ изображеній въ выраженіи df помножаются на столь малые коэффиціенты, что могутъ оказывать лишь самое незначительное вліяніе на результатъ. Дѣйствительно, если брать для c величины лишь немного превосходящія $4f$, то величина $b' - b$ будетъ мала по сравненію съ c . Такъ у Бесселя при опредѣленіи фокуснаго разстоянія Кенигбергскаго гелиометра отношеніе $\frac{b' - b}{c}$ заключалось между предѣлами отъ 0.03 до 0.06 и слѣдователь-

но коэффиціентъ при $b' - b$ во второмъ членѣ правой части выраженія (1) мало отличался отъ 0.01. Почти столь-же малъ коэффиціентъ при весьма малой разности $p - \sqrt{p(q - b'')}$ во второмъ членѣ правой части выраженія (2). Для объективовъ инструментовъ Харьковск. астрономич. обсерваторіи этотъ множитель заключается между 0,01 и 0,02. Такимъ образомъ изъ четырехъ величинъ: $b' - b$, p , q и b'' , только четвертая b'' входитъ въ выраженіе для f съ сравнительно большимъ коэффиціентомъ: $\frac{1}{4}$. Но величина b'' опредѣляется по положенію изображенія точки, лежащей почти на поверхности линзы, при чемъ погрѣшность установки на такую точку весьма мала.

На основаніи вышеизложеннаго, въ выраженіи для df нужно принять во вниманіе лишь слѣдующіе члены:

$$df = \frac{1}{4} (dc - d\lambda) - \frac{(b' - b)}{2(c - \lambda)} d(b' - b) \dots \dots \dots (4)$$

Для нахождения $d\lambda$ изъ выраженія (2) обозначимъ для краткости $\frac{[p - \sqrt{p(q-b)}]^2}{p}$ черезъ m и замѣтимъ, что вмѣсто $d[p - \sqrt{p(q-b'')}]$ мы съ достаточнымъ приближеніемъ можемъ принять $\frac{dp - dq - db''}{2}$, тогда, пренебрегая также слишкомъ малымъ членомъ $\frac{m}{p} dp$, имѣемъ:

$$d\lambda = \left(1 + \sqrt{\frac{m}{p}}\right) db'' + \sqrt{\frac{m}{p}} (dp - dq) \dots \dots \dots (5)$$

Какъ мы видѣли выше, величина $\sqrt{\frac{m}{p}} = \frac{p - \sqrt{p(q-p)}}{p}$ не превосходитъ 0.02. Слѣдовательно, абсолютная погрѣшность фокуснаго разстоянія, зависящая отъ dp и dq не превзойдетъ 0.005 ($dp - dq$).

Допустимъ слѣдующія, весьма значительныя погрѣшности въ измѣряемыхъ величинахъ: $d(b' - b) = 8 \text{ mm.}$, $dc = 0.3 \text{ mm.}$, $db'' = 0.1 \text{ mm.}$, $dp - dq = 8 \text{ mm.}$ Тогда при $\frac{b' - b}{c - \lambda} = 0.06$, погрѣшность одного отдѣльнаго опредѣленія фокуснаго разстоянія, въ самомъ невыгодномъ случаѣ, составитъ нѣсколько меньше 0.4 миллиметра, что для маленькаго объектива, съ фокуснымъ разстояніемъ всего въ 400 mm., равняется погрѣшности въ 0.001 измѣряемой величины. Но взятыя нами при этомъ величины погрѣшностей суть наибольшія, какія могутъ имѣть мѣсто при правильномъ производствѣ измѣреній и при недостаточности при томъ совершенныхъ измѣрительныхъ приборахъ. Повтореніемъ измѣреній легко, очевидно, достигнуть вѣроятной погрѣшности средняго результата равной всего только немногимъ сотымъ долямъ миллиметра.

§ 4.

Для опредѣленія фокусныхъ разстояній по разсмотрѣнному сейчасъ способу Гаусса, кромѣ измѣренія длины перемѣщенія линзы изъ одного ея положенія въ другое (при чемъ разстояніе между предметомъ и его изображеніемъ остается постояннымъ и немного большимъ, чѣмъ $4f + \lambda$) нужно еще сдѣлать три измѣренія для опредѣленія λ . Съ этою цѣлью наводятъ линзу на весьма удаленный предметъ; тогда, если разстояніе этого предмета отъ линзы можно считать безконечно большимъ, изображеніе его получится въ точкѣ F_1 (второй главный фокусъ линзы) и измѣренное разстояніе $F_1 - D$ (отъ неизмѣнно соединенной съ объективомъ точки D , положеніе которой указано выше) даетъ непосредственно q . Обернувъ линзу, мы получимъ изображеніе того-же предмета въ точкѣ F (первый главный фокусъ), разстояніе которой отъ

точки D даетъ p . Для опредѣленія b'' нужно поступить слѣдующимъ образомъ. Опишемъ на плоскости окружность лишь немного большую окружности наружнаго конца оправы объектива и обозначимъ центръ окружности пересѣченіемъ двухъ тонкихъ линій. Положимъ на эту плоскость объективъ такъ, чтобы наружное кольцо оправы его было концентрично съ начерченной окружностью. Установимъ надъ объективомъ, на какой-либо прочной поддержкѣ, снабженный крестомъ нитей микроскопъ (отъ какого-нибудь астрономическаго угломернаго инструмента), который можетъ быть передвигаемъ въ обойницѣ вдоль своей оси, и сдѣлаемъ точное наведеніе креста нитей микроскопа на изображение точки пересѣченія начерченныхъ линій. Затѣмъ, принявъ объективъ, сдѣлаемъ снова точное наведеніе креста нитей на точку пересѣченія линій. Происходящее при этомъ перемѣщеніе микроскопа вдоль его оси, измѣренное какимъ-либо образомъ, и дастъ искомую величину b'' .

Итакъ, измѣреніе фокусныхъ разстояній по способу Гаусса требуетъ, сравнительно весьма простыхъ приспособленій и безъ сомнѣнія способъ этотъ неоднократно примѣнялся на дѣлѣ. Случайно, однако, лично мнѣ не приходилось гдѣ-либо встрѣтить указанія на употребленіе этого способа. Весьма странно, что способъ Гаусса вовсе не упомянуть въ довольно подробномъ спискѣ способовъ у Томпсона, о которомъ мы упоминали выше. Не находимъ мы также этого способа въ извѣстномъ практическомъ руководствѣ Glazebrook и Shaw ¹⁾, не смотря на то, что способъ Гаусса особенно удобенъ для учебныхъ занятій въ лабораторіяхъ. У Heath, въ его *A Treatise on geometrical optics*, описаніе способа дано, но нѣтъ упоминанія о томъ, чтобы онъ кѣмъ-либо примѣнялся на дѣлѣ. Въ книгѣ Croullebois, *Théorie élémentaire des lentilles épaisses*, которая должна дать *interprétation géométrique et exposition analytique de résultats de Gauss*, способъ Гаусса вовсе не описанъ; точно также не упоминается объ немъ и въ новѣйшемъ изданіи (1889 г.) *Lehrbuch der Optik*, Barfuss'a. Въ прекрасномъ сочиненіи Steinheil и Voit, *Handbuch der angewandten Optik* (I Bnd., 1891 г.) о способѣ Гаусса упоминается лишь вскользь, при чемъ тотъ случай, который мы здѣсь разсматриваемъ (Гауссъ даетъ нѣсколько комбинацій формулъ для опредѣленія оптическихъ постоянныхъ системы линзъ), вовсе не упомянуть. Schröder, въ своей книгѣ: *Die Elemente der photographischen Optik*, (1891) излагаетъ, какъ выше упомянуто, способъ, сходный съ способомъ Томпсона.

§ 5.

Весною прошлаго года въ астрономической обсерваторіи Харьковскаго университета произведено было нѣсколько пробныхъ измѣреній фо-

¹⁾ Einführung in das physikalische Practicum, deutsch von Schlösser.

кусныхъ разстояній по описанному здѣсь способу Гаусса. Измѣренія эти были произведены съ помощью весьма грубыхъ приспособленій и имѣли цѣлью опредѣленіе наивыгоднѣйшаго вида, который слѣдовало бы придать прибору, предназначенному для измѣренія фокусныхъ разстояній по способу Гаусса со всею возможною степенью точности. Первоначально предполагалось устанавливать изслѣдуемый объективъ на металлическихъ салазкахъ съ приспособленіями для того, чтобы центръ изслѣдуемой линзы можно было-бы помѣстить на опредѣленной высотѣ надъ салазками. Для перемѣщенія салазокъ вдоль оси линзы предполагалось устроить металлическую-же постель, подобную постели токарнаго станка, длиною отъ 1 до 1½ аршина. Но затѣмъ, изъ экономическихъ соображеній, салазки были устроены изъ дерева и для каждаго изъ предполагаемыхъ къ изслѣдованію объективовъ были выточены на токарномъ станкѣ деревянные-же полупатроны, которые помѣщались одинъ въ другой такъ, что при всякой величинѣ объектива центръ его находился приблизительно на одной и той-же постоянной высотѣ надъ салазками. Полупатроны эти прикрѣплялись къ салазкамъ такимъ образомъ, чтобы ось ихъ была возможно параллельна ребру углового вырѣза, сдѣланнаго на нижней поверхности салазокъ. Этимъ вырѣзомъ салазки накладывались на трехгранную призматическую деревянную постель. Постель эту сперва предполагалось сдѣлать изъ двухъ отдѣльныхъ кусковъ, длиною около двухъ сажень каждый, для того, чтобы устанавливать ихъ въ линію по обѣ стороны металлической постели. Но, по ошибкѣ столярнаго заведенія, постель сдѣлана была изъ трехъ частей: одна въ 2 и двѣ—въ одну сажень длиною. Верхнее ребро призматическихъ постелей немного срѣзано и представляетъ узкую плоскую поверхность, на которой укладывается раздѣленная стальная лента. Смотря по величинѣ объектива, употреблялась одна постель, или-же двѣ или всѣ три ея части соединялись вмѣстѣ помощью винтовъ и устанавливались на нѣсколькихъ штативахъ въ линію и притомъ горизонтально. На тѣ-же призматическія постели надѣвались и прикрѣплялись съ помощью винтовъ двѣ обоймицы со стойками: одна для миры, другая для окуляра. Мира состоитъ изъ короткаго цилиндра, внутри котораго, на особой діафрагмѣ, натянуты двѣ перекрестныя паутиновыя нити. Такія же нити натянуты и въ фокальной плоскости окуляра. Для медленнаго движенія салазокъ съ объективомъ на постель надѣвались еще 2 обоймицы съ винтами, помощью которыхъ, по закрѣпленіи одной изъ обоймиць, можно было двигать салазки, упирая винтъ въ придѣланныя къ нимъ стальные пластинки. Однако, при производствѣ измѣреній пришлось, къ сожалѣнію, отказаться отъ употребленія этихъ винтовъ и тѣмъ, конечно, значительно уменьшить точность установки. Салазки были сдѣланы слишкомъ тяжелыми и поверхность соприкосновенія ихъ съ постелью

слишкомъ значительною. Вслѣдствіе происходящаго отъ этого значительнаго тренія салазокъ о постель, винтъ двигаль салазки скачками, сперва ихъ немного приподнимая. Установка при этомъ становилась, понятно, невозможной; поэтому оставалось двигать салазки просто рукою, употребляя довольно значительное усиліе. Особенно трудно, конечно, было сдвигать салазки съ мѣста послѣ ихъ остановки, при чемъ салазки двигались сперва также скачкомъ. Далѣе, движеніе тяжелыхъ салазокъ по устроенной изъ тонкихъ сосновыхъ досокъ полой постели вызывало дрожаніе этой послѣдней, которое передавалось объективу черезъ салазки въ моментъ остановки этихъ послѣднихъ. Поэтому, наведеніе окуляра на изображеніе, представляемое объективомъ, возможно было дѣлать только во время движенія послѣдняго. Наведенія производились такимъ образомъ, что одинъ изъ наблюдателей смотрѣлъ въ окуляръ, другой-же двигаль салазки, не останавливаясь до тѣхъ поръ, пока первый не замѣчалъ несомнѣннаго ухудшенія ясности изображенія. Тогда салазки перемѣщались вторымъ наблюдателемъ въ обратную сторону, пока первый наблюдатель не подавалъ ему сигнала остановиться. Очевидно, что при такомъ способѣ установки окуляра на оптическія изображенія могли происходить весьма значительныя погрѣшности.

Опредѣленіе разстояній, какъ между крестами нитей миры и окуляра, такъ и между различными положеніями объектива и проч. производились на стальной 10 саженой лентѣ, которая натягивалась на срезанной верхней грани призматической постели и закрѣплялась по концамъ ея зажимами. Натяженіе производилось отъ руки, безъ помощи динамометровъ или груза, при чемъ, при различныхъ измѣреніяхъ, лента многократно перетягивалась, чтобы получать измѣренія на различныхъ частяхъ ленты и при нѣсколькихъ различныхъ натяженіяхъ.

Предварительными измѣреніями были опредѣлены разстоянія, считаемыя по линіямъ, параллельнымъ ребрамъ призмы постели, отъ крестовъ нитей миры и окуляра до перпендикуляровъ, опущенныхъ, вдоль концевъ трубокъ ихъ заключающихъ, на срезанную грань постели. Подобнымъ-же образомъ измѣрены были разстоянія отъ нѣкоторой опредѣленной и перпендикулярной къ ребру постели линіи по срединѣ салазокъ до перпендикуляровъ, возставленныхъ у краевъ салазокъ къ той-же срезанной грани. Затѣмъ, для каждаго объектива, послѣ установки его въ полупатронъ, оставалось сдѣлать измѣреніе отъ плоскости D , прикасающейся къ наружному краю оправы объектива, до упомянутой выше линіи въ срединѣ салазокъ. Зная эти постоянныя величины для миры, окуляра и салазокъ, положеніе крестовъ нитей миры и окуляра и плоскости D относительно мѣрной стальной ленты можно было опредѣлить достаточно надежно съ помощью простого столярнаго угольника. Одна сторона употребленнаго нами угольника сдѣлана изъ

полосовой стали, другая изъ дерева, окованнаго внизу мѣдной пластинкой. Пластинка эта выдается на нѣсколько сантиметровъ за дерево. По краямъ сдѣланнаго въ этомъ мѣдномъ придаткѣ прорѣза нанесены нѣсколько равноотстоящихъ дѣленій. Предварительными измѣреніями было опредѣлено разстояніе отъ одного изъ нихъ до вершины угла угольника, т. е. опредѣлена постоянная величина для послѣдняго. Отчеты ленты, раздѣленной на тысячныя доли сажени, по чертамъ на мѣдной пластинкѣ угольника, производились, опредѣляя на глазъ положеніе черты между штрихами ленты, до одной десятитысячной доли сажени. Для увеличенія точности отчета, а также для ослабленія вліянія случайныхъ, довольно значительныхъ, погрѣшностей дѣленій ленты, отчитывалось положеніе шести чертъ угольника, симметрично расположенныхъ по обѣ стороны отъ основной. Впрочемъ, такіе 6 отчетовъ дѣлались только при опредѣленіи положенія крестовъ нитей миры и окуляра. При объективѣ достаточно было дѣлать лишь два отчета.

Лента, употребленная для измѣренія разстоянія, была дешевая лента фабричнаго производства. Она была сравнена съ принадлежащимъ физическому кабинету университета метромъ Дюмуленъ-Фромана. Натяженіе ленты при сравненіи производилось также отъ руки, при чемъ повторенныя сравненія дали удовлетворительное согласіе. Погрѣшности ленты оказались довольно значительными и измѣняющимися при томъ скачками.

Для опредѣленія величинъ p и q , у одного изъ концовъ призматической постели устанавливался какой нибудь изъ переносныхъ астрономическихъ инструментовъ, труба котораго служила коллиматоромъ, для чего передъ окуляромъ ея, закрытымъ промасленной бумагой, ставилась ручная масляная лампочка. Установивъ ось коллиматора достаточно параллельно ребру постели, производилось перемѣщеніе изслѣдуемаго объектива до тѣхъ поръ, пока въ окулярѣ, предварительно установленномъ, конечно, относительно креста своихъ нитей, получалось достаточно отчетливое изображеніе сѣтки нитей коллиматора. Разность отчетовъ ленты у салазокъ объектива и у окуляра, съ прибавленіемъ соответствующихъ постоянныхъ, давала величину p . При этомъ, конечно, входила погрѣшность, зависящая отъ не вполне точной установки коллиматора на бесконечно-большое разстояніе, но погрѣшность эта была, во всякомъ случаѣ, невелика и притомъ, какъ мы видѣли выше, даже и довольно значительныя погрѣшности въ p и q даютъ лишь небольшія погрѣшности въ f . Для опредѣленія q , салазки вмѣстѣ съ линзой переставлялись на постели такъ, чтобы къ коллиматору была обращена другая поверхность объектива, чѣмъ прежде. Затѣмъ опредѣленіе производилось также, какъ и для p .

По окончаніи опредѣленій p и q , коллиматоръ снимался и мира освѣщалась той-же лампочкой, при чемъ свѣтъ ея ослаблялся еще постав-

ленной передъ ней промасленной бумагой. Окуляръ устанавливался отъ миры въ разстояніи превосходящемъ $4f + \lambda$ и производился рядъ опредѣленій перемѣщеній объектива, какъ и въ способѣ Бесселя, измѣняя при томъ въ различныхъ опытахъ разстоянія между мирой и окуляромъ и перемѣщая ленту для возможнаго исключенія погрѣшностей послѣдней.

Для опредѣленія величины b'' употреблялся микроскопъ отъ дѣлительной машины Ваншафа. На столѣ машины, на кускѣ бѣлой бумаги, чертился кругъ и обозначался его центръ, а затѣмъ опредѣленіе величины b'' производилось такимъ образомъ, какъ указано выше. Перемѣщеніе микроскопа въ его обоймицѣ измѣрялось слѣдующимъ образомъ. При каждомъ наведеніи микроскопа, на трубкѣ его, у края обоймицы, проводилась остріемъ ножа черта ¹⁾. Разстояніе между чертами переносилось затѣмъ помощью циркуля на метръ Дюмулень-Фромана и опредѣлялось на глазъ до десятыхъ долей миллиметра. Конечно, такое измѣреніе было слишкомъ грубо и допустимо только въ опредѣленіяхъ, производимыхъ въ видѣ опыта. Тѣмъ не менѣе, согласіе отдѣльныхъ опредѣленій b'' было довольно удовлетворительнымъ, за вычетомъ объектива универсальн. инстр. Ваншаффа, котораго слишкомъ длинная оправа мѣшала хорошо освѣтить мѣтку на бумагѣ. Также довольно большія уклоненія встрѣтились при опредѣленіи b'' для объектива меридіаннаго круга, такъ какъ для него ручка обоймицы оказалась слишкомъ короткой, такъ что пришлось привязать ее къ добавочной ручкѣ, что въ одно изъ измѣреній сдѣлано было не достаточно надежно и обоймица качалась вмѣстѣ съ микроскопомъ при движеніи послѣдняго.

Въ нижеслѣдующей таблицѣ приведены отдѣльные результаты измѣренія величины b'' для объективовъ инструментовъ, находящихся въ Харьковской астрономической обсерваторіи.

Названіе инструментовъ.	b'' .			
	мм.	мм.	мм.	мм.
Теодолитъ Брауэра, принадлеж. Военно-Топограф. Отд. Главн. Штаба	3.2	3.3	3.35	3.28
Вертик. кругъ Репсольда	3.2	3.25	3.25	3.23
Малый пассажн. инстр. Эртеля	2.9	3.0	3.0	2.7
3-хъ дюйм. рефракторъ	5.3	5.4	5.5	5.4
Кометоискатель	5.8	5.85	5.8	5.82
Универс. инстр. Ваншаффа	3.7	3.7	3.25	3.4 3.2 3.3 3.8
Меридіанный кругъ	9.7	9.55	9.85	9.72 9.68 9.45
Шестидюймовый рефракторъ	9.4	9.47	9.5	9.3 9.3

¹⁾ Иногда разомъ проводилось двѣ или больше чертъ для исключенія неровностей краевъ обоймицы.

Очевидно, что, устроивъ приспособленіе на микроскопъ для измѣренія его перемѣщеній и визируя на мѣтку, сдѣланную напр. на ровной поверхности матоваго стекла, а не на шероховатой бумагѣ, лежащей на негладкой доскѣ стола, величину b'' легко получить съ погрѣшностью въ немногія сотыя доли миллиметра.

Такимъ образомъ, по указанному Гауссомъ и, повидимому, до сихъ поръ еще рѣдко примѣнявшемуся способу, опредѣленіе разстоянія между главными точками оптической системы можетъ быть произведено весьма просто и съ весьма высокою при томъ степенью точности.

§ 6.

Этимъ замѣчаніемъ я могъ-бы и ограничиться въ изложеніи произведенныхъ мною опытовъ опредѣленія фокусныхъ разстояній по способу Гаусса, такъ какъ высокая степень согласія отдѣльныхъ результатовъ опредѣленія фокуснаго разстоянія, при извѣстной или предполагаемой извѣстною величинѣ λ , указаннымъ выше образомъ, достаточно доказываются извѣстными измѣреніями Бесселя ¹⁾. Я позволю себѣ, однако, привести здѣсь нѣкоторые результаты сдѣланныхъ мною весною прошлаго года вмѣстѣ съ г. Евдокимовымъ и съ помощью г. Сикора измѣреній для сужденія о томъ, какая точность можетъ быть достигнута разсматриваемымъ способомъ даже при тѣхъ весьма невыгодныхъ условіяхъ, которыя указаны раньше. Я ограничусь при этомъ только числами, относящимися къ тѣмъ тремъ объективамъ, для каждаго изъ которыхъ было сдѣлано значительное число опредѣленій. Въ нижеслѣдующей таблицѣ приведены такіа числа (въ саженьяхъ) для объективовъ: меридіаннаго круга, теодолита Брауэра (принадлежащаго Военно-Топографическому Отдѣлу Главнаго Штаба) и универсальнаго инструмента Ваншаффа.

Вліяніе температуры на величины фокуснаго разстоянія во вниманіе при этомъ не было принято, такъ какъ оно не могло составить болѣе 1—2 единицъ послѣдняго десятичнаго знака. Фокусное разстояніе объектива меридіаннаго круга измѣрено было въ два вечера при почти одинаковыхъ температурахъ. Различіе-же температуръ при различныхъ измѣреніяхъ остальныхъ двухъ фокусныхъ разстояній, вслѣдствіе малости послѣднихъ, не могло дать погрѣшностей большихъ, чѣмъ сейчасъ указано.

¹⁾ Abhandlungen von F. W. Bessel, Bd. II, p. 108.

Объект. меридиан. круга.	Объект. теод. Брауэра.	Объект. универсалн. инстр. Ваншаффа.
$f = 0^{\circ}90441:$	$0^{\circ}20372$	$0^{\circ}30167$
26	79	65
27	83	58
37	84	59
40:	72	70
32:	84	59
25	93	64
35	86	67
24	84	83
19	95	74
Сред. вел. $f = 0^{\circ}90431$	82	60
Средн. погрѣш. результата ± 0.000024	75	80
„ „ одного измѣр. ± 0.000075	78	67
	74	60
	82	70
	70	69
	68::	67
	87	65
	78	80
Сред. велич. $f = 0^{\circ}20380$		78
Сред. погрѣш. результата ± 0.000017		75
„ „ одного изм. ± 0.000074	Ср. вел. $f = 0^{\circ}30169$	
	Сред. погрѣш. результата ± 0.000016	
	„ „ одного изм. ± 0.000075	

Въ среднихъ результатахъ этихъ опредѣленій можетъ еще заключаться небольшая, не превосходящая 0.025 миллиметра, погрѣшность, зависящая отъ неточности измѣренія величины b'' . Но, какъ упомянуто выше, эту погрѣшность легко сдѣлать, помощью нѣкоторыхъ простыхъ приспособленій, меньшей 0.01 миллиметра.

Припоминая съ какими грубыми инструментальными средствами и съ ненадежной притомъ мѣрной лентой получены приведенные сейчасъ результаты опредѣленій фокусныхъ разстояній, нельзя не признать согласіе отдѣльныхъ измѣреній весьма удовлетворительнымъ. Средняя погрѣшность одного измѣренія фокуснаго разстоянія для всѣхъ трехъ объективовъ получается очень согласно равной $0^{\circ}000075$, т. е. почти вдвое больше такой-же ошибки въ измѣреніяхъ Бесселя (0.04 линіи). Одинаковость средней погрѣшности для фокусныхъ разстояній различной длины очевидно не случайна и указываетъ достаточно надежно на степень точности измѣреній. Замѣтимъ далѣе, что, какъ и слѣдовало ожидать, для объективовъ съ короткимъ фокуснымъ разстояніемъ мож-

но измѣнять при измѣреніяхъ величину $\frac{b' - b}{c - \lambda}$, безъ измѣненія точности результатовъ, въ значительно болѣе широкихъ предѣлахъ, чѣмъ для длинно-фокусныхъ объективовъ. Такъ въ приведенныхъ выше измѣреніяхъ для объектива В. Т. О. предѣлы измѣненія величинъ $b' - b$ и $\frac{b' - b}{c - \lambda}$ были: $0^{\circ}028 - 0^{\circ}288$ и $0.035 - 0.318$; для объектива ун. инст. Ванш. тѣже предѣлы суть: $0^{\circ}025 - 0^{\circ}173$ и $0.020 - 0.140$. Для объектива-же меридіаннаго круга эти предѣлы значительно тѣснѣе, именно: $0^{\circ}077 - 0^{\circ}217$ и $0.021 - 0.060$.

И такъ, измѣренія фокусныхъ разстояній по способу Гаусса, даже при самыхъ простыхъ и грубыхъ приспособленіяхъ, даютъ результаты съ очень малой абсолютной погрѣшностью. Относительная погрѣшность также будетъ, конечно, очень не велика. Такъ, для разсматриваемыхъ трехъ объективовъ отношенія с. п. средняго результата и отдѣльнаго опредѣленія къ фокусному разстоянію имѣютъ слѣдующія величины.

Об. Мер. Кр.	Об. теод. В. Т. О.	Об. ун. ин. Ван.
0.00003	0.00008	0.00005
0.00008	0.00036	0.00024.

Слѣдовательно, даже относительная погрѣшность одного отдѣльнаго опредѣленія, въ самомъ невыгодномъ случаѣ не достигаетъ до $\frac{1}{2500}$.

23 Февраля, 1893 г.