

## Дополненіе къ сочиненію: „О движеніи твердаго тѣла въ жидкости“<sup>\*)</sup>.

В. А. Стеклова.

Въ мое сочиненіе: „О движеніи твердаго тѣла въ жидкости“, представляющее изложеніе сообщеній, сдѣланныхъ мною въ засѣданіяхъ Харьк. Матем. Общества за 1891, 92 и 93 гг., а также обобщеніе и дополненіе изслѣдованій, напечатанныхъ въ „Сообщеніяхъ“ Общества за тѣже годы, вкрались нѣкоторыя погрѣшности и поспѣшныя заключенія, которыя необходимо исправить.

Это я и сдѣлаю въ настоящей замѣткѣ.

Не повторяя объясненій, я буду пользоваться тѣми же обозначеніями, которыя употреблены въ разсматриваемомъ сочиненіи, ссылаясь прямо на стран. и параграфы, о которыхъ будетъ рѣчь.

1. На стран. 44 и 45 (гл. I, § 15) я дѣлаю мимоходомъ замѣчанія объ опредѣленіи точки приложенія даннаго импульса, производящаго или только поступательное, или только вращательное движеніе твердаго тѣла въ жидкости. Эти замѣчанія должны быть выпущены, какъ очевидно неосновательныя.

2. Въ § 73 пятой главы (стр. 184) въ правыхъ частяхъ равенствъ ( $\alpha_1$ ) пропущены члены: въ первомъ

$$+ \frac{b_{34}}{b_{44}} (b_{14} - b_{36}),$$

во второмъ

$$+ \frac{b_{35}}{b_{55}} (b_{25} - b_{36}),$$

въ правыхъ частяхъ перваго и втораго изъ равенствъ ( $\alpha_2$ ) (стр. 187) — члены

$$+ \frac{b_{24}}{b_{44}} (b_{14} - b_{25}), \quad + \frac{b_{26}}{b_{66}} (b_{36} - b_{25}),$$

<sup>\*)</sup> См. Приложеніе къ запискамъ Императорскаго Харьковскаго Университета за 1893 годъ.



и въ правыхъ частяхъ равенствъ  $(\alpha_3)$  (стр. 187)—члены

$$+ \frac{b_{15}}{b_{55}} (b_{25} - b_{14}), \quad + \frac{b_{16}}{b_{66}} (b_{36} - b_{14}).$$

Наконецъ, подъ №  $(\beta)$ , кромѣ написанныхъ равенствъ, должно быть еще

$$b_{14} = b_{25} = b_{36}.$$

Въ формулахъ на стр. 188, 189 вмѣстѣ  $\alpha_{36}$  надо поставить  $b_{36}$ .

3. При изслѣдованіи одного возможнаго движенія въ жидкости тяжелаго твердаго тѣла съ одной плоскостью симметріи (гл. V, § 80, стр. 200 etc.) изъ того обстоятельства, что размахи колебаній оси  $z$  относительно осей  $\xi$  или  $\zeta$  убываютъ съ теченіемъ времени, я послѣдно заключилъ, что величина этихъ размаховъ (см. стр. 206) при возрастаніи  $t$  до  $\infty$  стремится къ нулю.

Изъ приведенныхъ въ работѣ разсужденій слѣдуетъ, что размахи колебаній оси  $z$  убываютъ съ теченіемъ времени,—и только.

Неосновательно также утвержденіе, что времена продолжительности этихъ размаховъ убываютъ (стр. 208).

Далѣе, неравенства (33), (35) и слѣдующее за нимъ должны быть измѣнены на обратныя (стр. 208, 209, § 84, гл. V).

Величины обозначенныя мной черезъ  $\left(\frac{\vartheta'}{\frac{\pi}{2}}\right)_i$  не убываютъ съ теченіемъ времени, а, наоборотъ, возрастаютъ и могутъ даже возрасти безпредѣльно.

Такимъ образомъ, слова: „такъ какъ далѣе

$$\left(\frac{\vartheta'}{\frac{\pi}{2}}\right)_i = k^2 \int_{t_{2i-1}}^{t_{2i}} t^2 \sin 2\vartheta dt = k^2 \Theta \frac{t_{2i}^3 - t_{2i-1}^3}{3}, \quad *)$$

гдѣ  $\Theta$  есть среднее значеніе  $\sin 2\vartheta$  въ промежуткѣ  $t_{2i} - t_{2i-1}$ , то  $\left(\frac{\vartheta'}{\frac{\pi}{2}}\right)_i$  стремится къ нулю и ось  $z$  стремится къ совпаденію съ осью  $\zeta$ “ должно выпустить, ибо заключеніе въ нихъ содержащееся неосновательно. Наконецъ, равенство

$$\alpha_{i+1} - \alpha_i = n^2 (-1)^{i+1} \vartheta_i \frac{t_{2i}^2 - t_{2(i-1)}^2}{2}$$

показываетъ только, что начало координатъ совершаетъ колебательныя движенія по оси  $\xi$ ,—и только.

\*) Исправляю кстати ошибочно напечатанную, хотя и ненужную, формулу въ концѣ стр. 209.



Выводъ, что „размахи колебаній по оси  $\xi$  начала координатъ убываютъ съ теченіемъ времени, и движеніе стремится къ прямолинейному по оси  $\zeta$ “, былъ бы сомнителенъ даже въ предположеніи, что  $\lim_{t \rightarrow \infty} \vartheta_i = 0$ , и несомнѣнно долженъ быть отброшенъ, въ силу вышесказаннаго, какъ неосновательный.

Итакъ, нельзя утверждать, что „движеніе начала координатъ стремится съ возрастаніемъ времени къ равном. ускор. по направленію параллельному оси  $\zeta$ “ и что „амплитуда волнообразной кривой, описываемой началомъ координатъ въ плоскости симметріи убываетъ съ теченіемъ времени и стремится къ нулю при возрастаніи  $t$  до  $\infty$ “ \*). Заключенія § 89-го (стр. 215), начиная со словъ: „Размахи колебаній оси  $z$  и т. д.“ должно поэтому замѣнить слѣдующими:

Размахи колебаній оси  $z$  около осей  $\xi$  или  $\zeta$ , смотря по знаку разности  $a_{33} - a_{11}$ , убываютъ, а скорость вращенія оси  $z$  въ моменты совпаденій ея съ одной изъ осей  $\xi$  или  $\zeta$  возрастаетъ съ теченіемъ времени.

Начало координатъ описываетъ въ плоскости симметріи нѣкоторую волнообразную кривую.

Замѣчу еще, что на стран. 214 въ строкахъ 2-й и 4-й снизу вмѣсто  $\sin 2\vartheta$  должно быть  $\sin^2 \vartheta$ .

4. Геометрическая интерпретація вращательной части движенія тяжелаго твердаго тѣла, удвоенная живая сила котораго

$$2T = a \sum x_1^2 + 2b \sum x_1 y_1 + \sum c_1 y_1^2,$$

приведенная на стр. 230, 231 и 232 (§ 94, гл. V), должна быть замѣнена слѣдующей:

Построимъ конусъ ( $C$ ) векторовъ  $\Xi$  и ортогональный къ нему конусъ ( $D_1$ ), т. е. огибающій конусъ плоскостей перпендикулярныхъ къ образующимъ конуса ( $C$ ).

Характеристикой этого огибающаго конуса будетъ прямая ( $L$ ), уравненіе которой

$$\frac{x}{c_1 y_1 m^2 t^2 - x_1 Q} = \frac{y}{c_2 y_2 m^2 t^2 - x_2 Q} = \frac{z}{c_3 y_3 m^2 t^2 - x_3 Q}, \quad (a)$$

гдѣ

$$Q = c_1 y_1 x_1 + c_2 y_2 x_2 + c_3 x_3 y_3.$$

При движеніи тѣла плоскость ( $E$ ) перпендикулярная къ неизмѣнному въ пространствѣ направленію вектора  $\Xi$  будетъ касаться конуса ( $D_1$ ) по образующей ( $L$ ).

\*) См. стр. 215, § 86, гл. V.



Угловая скорость лежитъ въ плоскости ( $F$ ), проходящей черезъ направление  $\Xi$  и прямую ( $\alpha$ ).

Движеніе тѣла (его вращательная часть) воспроизведется катаніемъ вмѣстѣ со скольженіемъ конуса ( $D_1$ ) по плоскости ( $E$ ).

Скорость катанія

$$\omega_1 = \Omega \cos(\Omega, L) = G \cos(G, L)^*,$$

гдѣ

$$G = \sqrt{c_1^2 y_1^2 + c_2^2 y_2^2 + c_3^2 y_3^2},$$

т. е. равна проекціи вектора  $G$ , лежащаго въ плоскости ( $F$ ), на прямую ( $L$ ), а скорость скольженія

$$\omega_2 = mbt + G \cos(G, \Xi).$$

Построеніе конуса векторовъ  $G$  указано въ концѣ стр. 231.

Движеніе тѣла представится сложнымъ изъ двухъ: вращательнаго движенія его вмѣстѣ съ воображаемой неизмѣняемой системой, вращающейся равномерно ускоренно вокругъ неизмѣннаго въ пространствѣ направленія вектора  $\Xi$  и изъ относительнаго по отношенію къ этой воображаемой системѣ движенія тѣла, состоящаго въ катаніи вмѣстѣ со скольженіемъ конуса ( $D_1$ ), неизмѣнно связаннаго съ тѣломъ, по плоскости ( $E$ ) перпендикулярной къ направленію  $\Xi$ . Скорости катанія и скольженія равны соответственно прокціямъ на плоскость ( $E$ ) и на направленіе  $\Xi$  вектора  $G$ .

---

\*) Мы не пишемъ знакъ  $\pm$ .