ДИСПЕРСІЯ МЕТАЛЛОВЪ.

А. П. Грузинцева.

Въ изслѣдованіи „Электромагнитная теорія проводниковъ [1])“ (Харьковъ 1899 г.), а также въ статьѣ „Къ теоріи дисперсіи: случай многихъ полосъ поглощенія“ мы получили общія формулы для дисперсіи въ проводникахъ такихъ, какъ металлы. Эти формулы связываютъ показатель преломленія n и коэффиціентъ поглощенія $n\varkappa$ при нормальномъ паденіи съ длиной волны λ слѣдующимъ образомъ:

$$n^2(1-\varkappa^2)=K\mu+\sum_1^m \frac{(P_i\lambda^2-Q_i)\lambda^2}{(\lambda^2-\lambda_i^2)^2+g_i^2\lambda^2};$$

$$2n^2\varkappa=D\mu+\sum_1^m \frac{(T_i\lambda^2+R_i)\lambda^3}{(\lambda^2-\lambda_i^2)^2+g_i^2\lambda^2},$$

причемъ K—діэлектрическая постоянная средины, μ—коэффиціентъ магнитной проницаемости ея, D зависитъ отъ электропроводности средины ($D=2C\tau$, C коэффиціентъ электропроводности, выраженный въ абсолютныхъ электростатическихъ единицахъ, τ—періодъ). Буквой i обозначенъ нумеръ іона, число которыхъ есть m.

Примѣнимъ наши формулы къ спектральной области, лежащей между величинами λ' и λ'' ($\lambda'<\lambda''$).

Разсмотримъ полосу поглощенія, лежащую далеко за λ', въ области ультрафіолетовыхъ лучей. Обозначимъ указателемъ u принадлежность ко-

---

[1]) Записки Импер. Харьковскаго Университета, кн. 4, 1899 г.

[2]) Сообщенія Харьковскаго Математическаго Общества, т. VII, 1900 г.

личествъ къ этой области; тогда, пренебрегая дробью $\frac{\lambda_u^4}{\lambda^4}$ и дробью $\frac{Q_u}{\lambda^2}$, получимъ для этой области членъ:

$$\frac{P_u\lambda^2}{\lambda^2+(g_u^2-2\lambda_u^2)}=\frac{P_u\lambda^2}{\lambda^2+z_u^2}, \tag{1}$$

если положимъ, что

$$g_u^2-2\lambda_u^2=z_u^2.$$

При этомъ z^2 можетъ быть и положительнымъ, $(g_u>\lambda_u\sqrt{2})$ и отрицательнымъ $(g_u<\lambda_u\sqrt{2})$ количествомъ.

Если предположимъ полосу поглощенія далеко за λ'', т. е. въ области инфракрасныхъ лучей, то, обозначивъ въ этомъ случаѣ указателемъ r принадлежность количествъ къ этой области и, слѣдовательно, пренебрегая дробью $\frac{\lambda^4}{\lambda_r^4}$, получимъ отъ этой полосы членъ:

$$-\frac{Q_r}{\lambda_r^4}\lambda^2=-k_r\lambda. \tag{2}$$

Наконецъ можемъ допустить полосу поглощенія внутри области $(\lambda'-\lambda'')$, тогда получимъ для нея: $\lambda_i=\lambda$ и слѣдовательно соотвѣтствующій членъ:

$$\frac{(P_i\lambda_i^2-Q_i)\lambda_i^2}{g_i^2\lambda_i^2}=\frac{P_i\lambda_i^2-Q_i}{g_i^2}=M_i. \tag{3}$$

Этотъ членъ при очень маломъ g_i можетъ быть достаточно большимъ.

Соединяя члены (1), (2), (3) и полагая:

$$\sum k_r=k;\qquad K\mu-\sum M_i=A_0$$

и также для краткости письма:

$$n^2(1-\varkappa^2)=A, \tag{a}$$

получимъ окончательно:

$$A=A_0-k\lambda^2+\sum\frac{P_u\lambda^2}{\lambda^2+z_u^2}.$$

Если предположимъ, что въ ультрафіолетовой области существуетъ лишь одинъ іонъ, тогда получаемъ просто (положивъ $P_u=-P$)

$$A=A_0-k\lambda^2-\frac{P\lambda^2}{\lambda^2+z^2}, \tag{I}$$

а если пренебрежемъ, буде возможно, коэффиціентомъ k, то будемъ имѣть очень простую формулу:

$$A = A_0 - \frac{P\lambda^2}{\lambda^2 + z^2}. \tag{Ia}$$

Совершенно подобнымъ образомъ получаемъ и вторую дисперсіонную формулу, взявъ:

$$2n^2\varkappa = -B \tag{b}$$

въ такомъ видѣ:

$$B = -\frac{Q\lambda^3}{\lambda^2 + z^2}. \tag{II}$$

Всѣ эти формулы получаются и въ теоріи Гельмгольца (коэффиціентъ $\gamma = 0$).

Болѣе точная, но за то и болѣе сложная формула получилась-бы для функціи B, если-бы не пренебрегали нѣкоторыми членами. Нашли-бы слѣдующія части B:

1) при очень маломъ $\frac{\lambda_u}{\lambda}$:

$$\sum_u \frac{(T_u\lambda^2 + R_u)\lambda}{\lambda^2 + z_u^2}$$

2) при очень маломъ $\frac{\lambda}{\lambda_r}$:

$$\sum (T_r\lambda^2 + R_r) \cdot \frac{\lambda^3}{\lambda_r^3} \cdot \frac{1}{\lambda_r}$$

3) при $\lambda_i = \lambda$:

$$\sum \left(\frac{T_i\lambda_i^2 + R_i}{g_i^2}\right)\lambda_i = \sum N_i = B_0$$

и тогда получили-бы:

$$-B = D_0\lambda + B_0 + \lambda^3 \sum_u \frac{T_u}{\lambda^2 + z_u^2} + \lambda \sum_u \frac{R_u}{\lambda^2 + z_u^2} \tag{IIa}$$

и при одномъ іонѣ въ области ультрафіолетовой:

$$-B = B_0 + D_0\lambda + \frac{(T\lambda^2 + R)\lambda}{\lambda^2 + z^2} \tag{IIb}$$

или:

$$-B = B_0 + B_1\lambda + \frac{B_2\lambda}{\lambda^2 + z^2} \tag{IIc}$$

гдѣ:

$$B_1 = D_0 + T, \qquad B_2 = R - Tz^2.$$

Или, лучше:

$$-B = B_0 + \frac{(D_0 + T)\lambda^3 + (D_0 z^2 + R)\lambda}{\lambda^2 + z^2}$$

или:

$$-B = B_0 + \frac{Q\lambda^3}{\lambda^2 + z^2} + \frac{Q_1\lambda}{\lambda^2 + z^2}. \tag{IId}$$

§ 1. Такимъ образомъ, предполагая поглощеніе въ областяхъ очень малыхъ и очень большихъ волнъ, мы думаемъ, что дисперсія металловъ можетъ быть представлена слѣдующими формулами:

$$A = A_0 - k\lambda_1^2 - \frac{P\lambda_1^2}{\lambda_1^2 + z^2} \tag{I}$$

и

$$B = -\frac{Q\lambda_1^3}{\lambda_1^2 + z^2}. \tag{II}$$

Въ этихъ формулахъ длина λ_1 должна быть выражена въ $0^{\mu},1$ (т. е. въ 10^{-5} см.), а количество

$$z^2 = g_m^2 - 2\lambda_m^2$$

можетъ быть и положительно ($g_m > \lambda_m\sqrt{2}$) и отрицательно ($g_m < \lambda_m\sqrt{2}$), причемъ λ_m и g_m относятся къ *одной* полосѣ поглощенія, лежащей внутри области примѣненія формулъ (I) и (II) т. е. внутри области, крайнія значенія λ_1 въ которой суть: λ_1' и λ_1'' ($\lambda_1' < \lambda_1''$). Займемся теперь примѣненіемъ этихъ формулъ къ существующимъ наблюденіямъ надъ металлами [1]) и прежде всего примѣнимъ наши формулы къ *никкелю* на томъ основаніи, что Друде примѣнялъ формулы своей электронной теоріи именно только къ этому металлу.

---

[1]) Примѣненіе къ металламъ дисперсіонныхъ формулъ, на сколько мнѣ извѣстно, производится здѣсь впервые.

Опредѣленіе постоянныхъ коэффиціентовъ произведемъ слѣдующимъ простымъ пріемомъ. Сначала изъ формулы (II)-й имѣемъ:

$$Q+\frac{B}{\lambda_1^3}\varkappa^2=-\frac{B}{\lambda_1}. \tag{A}$$

Примѣняя это уравненія къ двумъ, лучше всего, крайнимъ, наблюденіямъ, опредѣлимъ Q и $\varkappa^2$.

Затѣмъ формула (I) по исключеніи дроби $\frac{\lambda_1^2}{\lambda_1^2+\varkappa^2}$ при помощи (II) даетъ

$$A_0-k\lambda_1^2+\frac{B}{\lambda_1}\cdot\frac{P}{Q}=A. \tag{B}$$

Примѣняя это уравненіе къ прежнимъ (крайнимъ) наблюденіямъ и одному промежуточному, будемъ имѣть *три* уравненія, изъ коихъ и найдемъ: A_0, k и $\frac{P}{Q}$, а, слѣдовательно, и P. Въ нѣкоторыхъ случаяхъ, а именно при очень малыхъ k или для очень малыхъ λ_1, можно довольствоваться болѣе простой формулой, чѣмъ (I), и тогда вмѣсто (B) получимъ:

$$A_0+\frac{B}{\lambda_1}\cdot\frac{P}{Q}=A, \tag{C}$$

такъ что достаточно будетъ *двухъ* наблюденій n и $n\varkappa$ или R и одной изъ этихъ величинъ.

§ 2. Обращаемся къ *никкелю*. Рубенсъ и Дюбуа въ 1890 году опредѣлили показатели преломленія n по способу Кундта (тонкой прозрачной призмы) для нѣкоторыхъ металловъ, въ томъ числѣ и для никкеля для *пяти* различныхъ волнъ [1]), сверхъ того Рубенсъ и Гагенъ нѣсколько позже опредѣлили отражательную способность никкеля (какъ и другихъ металловъ) [2]), R, а изъ этихъ данныхъ можно уже опредѣлить $n\varkappa$, а слѣдовательно A и B и затѣмъ сравнивать ихъ съ данными опыта. Опредѣленіе $n\varkappa$ по n и R можетъ быть совершено слѣдующимъ образомъ. Мы знаемъ, что

$$R=\frac{n^2(1+\varkappa^2)+1-2n}{n^2(1+\varkappa^2)+1+2n};$$

откуда находимъ:

$$\frac{1+R}{1-R}=\frac{n^2+1+n^2\varkappa^2}{2n}=q,$$

---

[1]) Ann. d. Physik und Chemie. 41, p. 522 (1890).

[2]) Ann. d. Physik 8, p. 16—17 (1902) или Zeitschrift f. Jnst.-Kunde, 1899, p. 305.

гдѣ положено:

$$q = \frac{1+R}{1-R}.$$

Поэтому опредѣляемъ $n\varkappa$ изъ формулы:

$$n^2\varkappa^2 = 2nq - n^2 - 1. \qquad (D)$$

§ 3. Такимъ образомъ находимъ A и B для $\lambda_1 = 4{,}31$ и $\lambda_1 = 6{,}71$ значенія: $-4{,}685$; $-8{,}182$ для 1-й волны и $-11{,}704$; $-16{,}252$ для 2-й.

Примѣняя къ этимъ двумъ случаямъ формулы (A) и (C), находимъ:

$$z^2 = 10{,}826;\ Q = 3{,}005;\ P = 40{,}252 \text{ и } A_0 = 20{,}742.$$

Такимъ образомъ можно полагать, что дисперсія никкеля въ области спектра ($0^{\mu},431 - 0^{\mu},671$), т. е. отъ линіи G до линіи $Li\alpha$, представится формулами:

$$A = 20{,}742 - \frac{40{,}252\,.\,\lambda_1^2}{\lambda_1^2 + 10{,}826},$$

$$B = -\frac{3{,}005\,.\,\lambda_1^3}{\lambda_1^2 + 10{,}826}.$$

Для повѣрки вычислимъ значенія A и B для ряда λ_1 и сравнимъ съ наблюденіями, часть которыхъ интерполирована нами. Результаты расчетовъ сопоставимъ въ таблицѣ:

λ_1	$B_{выч.}$	$B_{набл.}$	$A_{выч.}$	$A_{набл.}$
4,31	— 4,689	— 4,685	— 8,183	— 8,182
4,50	— 5,488	— 6,102	— 8,812	— 9,418
4,86	— 6,859	— 6,918	— 10,014	— 10,717
5,00	— 7,347	— 7,204	— 10,49	— 10,80
5,50	— 8,901	— 8,156	— 12,17	— 12,07
5,89	— 9,938	— 9,222	— 13,487	— 13,067
6,00	— 10,204	— 9,576	— 13,86	— 13,52
6,50	— 11,299	— 10,388	— 15,55	— 14,79
6,71	— 11,708	— 11,704	— 16,255	— 16,252
7,00	— 12,226	— 13,823	— 17,23	— 18,04

Послѣднее наблюденіе экстраполировано нами изъ наблюденій Рубенса и Гагена 1902 года.

§ 4. Друде въ 1900 году [1]) при помощи своей электронной теоріи далъ новыя формулы для дисперсіи металловъ и примѣнилъ ихъ къ никкелю въ предположеніи существованія 2-хъ родовъ электроновъ. Въ нашихъ обозначеніяхъ его формулы будутъ имѣть видъ:

$$A = 1 - \left(\frac{P_1}{\lambda_1^2 + z_1^2} + \frac{P_2}{\lambda_1^2 + z_2^2}\right)\lambda_1^2, \tag{1}$$

$$B = -\left(\frac{q_1}{\lambda_1^2 + z_1^2} + \frac{q_2}{\lambda_1^2 + z_2^2}\right)\lambda_1^3, \tag{2}$$

причемъ P_1, P_2, q_1, q_2, z_1^2 и z_2^2 суть постоянныя и между q_1 и q_2 существуетъ зависимость, представляющая электропроводность металла съ точки зрѣнія электронной теоріи. Эта зависимость имѣетъ видъ:

$$q_1 + q_2 = C, \tag{3}$$

гдѣ постоянная $C = 6{,}38 . \sigma_r$, а σ_r есть коэффиціентъ электропроводности, отнесенной къ ртути. Такимъ образомъ здѣсь тоже 5 постоянныхъ коэффиціентовъ, подлежащихъ опредѣленію изъ дисперсіонныхъ наблюденій. Друде примѣнилъ свои формулы къ никкелю и нашелъ ихъ согласными съ наблюденіями, но, по непріятной случайности, при этихъ вычисленіяхъ принялъ за относительную электропроводность никкеля σ_r, *невѣрное число*: 3,1 (l. c. p. 163, таб. въ примѣчаніи) вмѣсто правильнаго 8,3. Если взять вѣрное число, то согласія не получается. Чтобы показать это дадимъ сначала пріемъ для опредѣленія постоянныхъ: P_1, P_2, ... z_2^2 (самъ Друде такого пріема не даетъ).

Положимъ:

$$P_1 + P_2 = X; \quad P_1 z_2^2 + P_2 z_1^2 = Y; \quad q_1 z_2^2 + q_2 z_1^2 = Z, \tag{a}$$

въ такомъ случаѣ (1) и (2) дадутъ:

$$A - 1 = -\frac{(\lambda_1^2 X + Y)\lambda_1^2}{(\lambda_1^2 + z_1^2)(\lambda_1^2 + z_2^2)}, \tag{b}$$

$$\frac{B}{\lambda_1} = -\frac{(\lambda_1^2 C + Z)\lambda_1^2}{(\lambda_1^2 + z_1^2)(\lambda_1^2 + z_2^2)}. \tag{c}$$

---

[1]) Physikalische Zeitschrift. Jahrgang I, 1900, p. 163.

Раздѣляя эти равенства одно на другое и полагая

$$m=\frac{A-1}{\dfrac{B}{\lambda_1}},$$

что извѣстно изъ наблюденій, найдемъ:

$$\lambda_1^2 X+Y-mZ=Cm\lambda_1^2. \tag{4}$$

Примѣняя это соотношеніе къ *тремъ* наблюденіямъ, опредѣлимъ: X, Y и Z. Затѣмъ слѣдовательно, знаемъ:

$$U=\lambda_1^2 X+Y,$$

а пользуясь равенствомъ (b) находимъ:

$$\lambda_1^2(z_1^2+z_2^2)+z_1^2 z_2^2=-\lambda_1^4-\frac{U\lambda_1^2}{A-1}.$$

Примѣняя къ *двумъ* наблюденіямъ, опредѣлимъ:

$$z_1^2+z_2^2 \quad \text{и} \quad z_1^2 z_2^2,$$

а, слѣдовательно, и z_1^2, z_2^2. Зная же z_1^2 и z_2^2, изъ соотношеній (a) и (3) найдемъ P_1, P_2, q_1 и q_2.

§ 5. Примѣнимъ теперь все это къ никкелю. Возьмемъ для него $\sigma_r=8{,}3$, тогда $C=52{,}954$. Затѣмъ возмемъ три наблюденія:

λ_1	4,31	5,89	7,00
A	— 4,685	— 9,222	— 13,823
B	— 8,182	— 13,067	— 18,040.

При помощи этихъ наблюденій находимъ для Ni:

$$A=1-\frac{936{,}8\,.\,\lambda_1^2}{\lambda_1^2+3288{,}0}-\frac{0{,}445\,.\,\lambda_1^2}{\lambda_1^2+2{,}00},$$

$$B=-\frac{51{,}178\,.\,\lambda_1^3}{\lambda_1^2+3288{,}0}-\frac{1{,}776\,.\,\lambda_1^3}{\lambda_1^2+2{,}00}.$$

Производя обратную повѣрку, найдемъ, напримѣръ, для $\lambda_1=4{,}86$: $A=-6{,}10$ вм. $-6{,}92$, что даетъ наблюденіе, а $B=-9{,}73$ вм. $-10{,}72$.

Для $\lambda_1 = 6{,}5$ находимъ: $A = -11{,}310$ вм. $10{,}388$ и $B = -15{,}242$ вм. $-14{,}79$. Такимъ образомъ наши формулы ближе удовлетворяютъ наблюденіямъ, чѣмъ формулы Друде, при томъ же въ нихъ число постоянныхъ на одну меньше; сверхъ того не измѣняется общій источникъ полученія ихъ для всякихъ среднихъ. Есть еще одинъ пунктъ, въ силу котораго формулы Друде теряютъ свое значеніе, по крайней мѣрѣ съ принципіальной стороны. Дѣло въ томъ, что количества z_1^2 и z_2^2 по ихъ физическому значенію въ электронной теоріи Друде—*величины положительныя*, но оказывается, что даже для никкеля, если взять за крайнія наблюденія $\lambda_1 = 4{,}31$ и $\lambda_1 = 6{,}71$ вм. $7{,}0$, то получается: $z_1^2 > 0$, а $z_2^2 < 0$. Дѣйствительно, изъ наблюденій для $\lambda_1 = 4{,}31$; $5{,}89$ и $6{,}71$ имѣемъ сначала:

$$X = 469{,}13\,; \quad Y = -1977{,}7\,; \quad Z = 1265{,}9\,,$$

а затѣмъ, комбинируя 1-ое и 2-ое наблюденія, найдемъ:

$$z_1^2 = 1596{,}75 \quad \text{и} \quad z_2^2 = -4{,}95\,.$$

А изъ комбинаціи 1-го и 3-го наблюденій получимъ:

$$z_1^2 = 1674{,}98 \quad \text{и} \quad z_2^2 = -5{,}58\,.$$

§ 6. Хотя отрицательныя значенія z^2 противорѣчатъ теоріи Друде, но, строго говоря, ничего не колеблютъ въ основныхъ взглядахъ электронной теоріи и ниже мы покажемъ, что и изъ теоріи Гельмгольца или нашей можно получить формулы Друде, но уже безъ стѣсняющаго условія: $z^2 > 0$, стоитъ только отбросить уравненіе (3). Получаемыя при этомъ формулы достаточно удовлетворяютъ наблюденіямъ. Дѣйствительно, если мы докончимъ вычисленіе коэффиціентовъ, принявъ, что:

$$z_1^2 = 1635{,}87 \quad \text{и} \quad z_2^2 = -5{,}27 \quad (\sqrt{-z_2^2} = 2{,}296)$$

т. е. среднія изъ вышенайденныхъ, то получимъ:

$$P_1 = 468{,}83\,; \quad P_2 = 0{,}3014\,; \quad q_1 = 52{,}013\,; \quad q_2 = 0{,}9414\,,$$

и формулы дисперсіи никкеля въ области спектра отъ $\lambda_1 = 4{,}31$ до $\lambda_1 = 6{,}71$ будутъ:

$$\left.\begin{aligned} A &= 1 - \frac{468{,}83\,.\,\lambda_1^2}{\lambda_1^2 + 1635{,}87} - \frac{0{,}3014\,.\,\lambda_1^2}{\lambda_1^2 - 5{,}27} \\ B &= -\frac{52{,}013\,.\,\lambda_1^3}{\lambda_1^2 + 1635{,}87} - \frac{0{,}9414\,.\,\lambda_1^3}{\lambda_1^2 - 5{,}27}. \end{aligned}\right\} \qquad (E)$$

Чтобы показать на сколько эти формулы могутъ представить факты, мы вычислили обратно значенія A и B для промежуточныхъ значеній λ_1. Вотъ результаты:

λ_1	$A_{выч.}$	$A_{набл.}$	$B_{выч.}$	$B_{набл.}$
4,31	— 4,688	— 4,685	— 8,312	— 8,182
4,50	— 5,140	— 6,102	— 8,589	— 9,418
4,86	— 6,061	— 6,912	— 9,487	— 10,717
5,00	— 6,437	— 7,204	— 9,879	— 10,800
5,50	— 7,877	— 8,156	— 11,464	— 12,070
5,89	— 9,114	— 9,222	— 12,901	— 13,067
6,00	— 9,448	— 9,576	— 13,337	— 13,520
6,50	— 11,148	— 10,388	— 15,503	— 14,790
6,71	— 11,899	— 11,704	— 16,503	— 16,252
7,00	— 12,973	— 13,823	— 17,972	— 18,040

Сравнивая эти числа съ числами первой таблицы, должны сдѣлать выводы въ пользу нашихъ формулъ.

§ 7. Покажемъ теперь, какимъ образомъ можно получить формулы вида формулъ Друде (разумѣется, только въ формальномъ отношеніи) изъ нашихъ общихъ формулъ.

Если предположимъ, что K и μ относятся къ эфиру (см. теоретическую часть настоящей статьи), т. е. $K = 1$, $\mu = 1$; затѣмъ предположимъ, что Q_i и λ_i малы въ сравненіи съ λ, тогда при наличности 2-хъ родовъ іонъ (какъ предполагаетъ Друде) получимъ:

$$A = 1 + \frac{P_1 \lambda^2}{\lambda^2 + (g_1^2 - 2\lambda_1^2)} + \frac{P_2 \lambda^2}{\lambda^2 + (g_2^2 - 2\lambda_2^2)},$$

а это сводится на формулу (1) для A съ той существенной разницей, что $z_i^2 = g_i^2 - 2\lambda_i^2$ $(i = 1, 2)$ можетъ быть и положительное, и отрицательное количество.

Далѣе, приведя правую часть формулы для $2n^2\varkappa$ къ одному знаменателю, получимъ:

$$B = -\sum \frac{(T_i' \lambda^2 + R_i')\lambda^3}{(\lambda^2 - \lambda_i^2)^2 + g_i^2 \lambda^2}.$$

Пренебрегая R_i' въ сравненіи съ первымъ членомъ и допуская 2 рода іоновъ, получаемъ, подобно предыдущему, формулу (2), но безъ условія (3).

Въ такомъ случаѣ надо *три полныхъ наблюденія*, т. е. значенія A и B (или n и $\varkappa$) для волнъ λ_1, чтобы опредѣлить *6-ть* коэффиціентовъ: P_1, P_2; q_1, q_2; z_1^2 и z_2^2 изъ формулъ (1) и (2). Это опредѣленіе можно сдѣлать слѣдующимъ образомъ.

Пусть:

$$-\frac{A-1}{\lambda_1^2}=a; \quad -\frac{B}{\lambda_1^3}=b \quad \text{и} \quad \frac{a}{b}=m.$$

Это извѣстныя числа. Далѣе положимъ:

$$q_1+q_2=q;$$

$$P_1+P_2=Xq; \quad P_1 z_2^2+P_2 z_1^2=Yq,$$

$$q_1 z_2^2+q_2 z_1^2=Zq; \quad z_1^2+z_2^2=u; \quad z_1^2 z_2^2=v,$$

тогда уравненія (1) и (2) будутъ [1]):

$$(\lambda_1^2 X+Y)\, q=a\lambda_1^4+a\lambda_1^2 u+av,$$

$$(\lambda_1^2+Z)\, q=b\lambda_1^4+b\lambda_1^2 u+bv.$$

Раздѣляя верхнее уравненіе на нижнее, получимъ:

$$\lambda_1^2 X+Y-mZ=m\lambda_1^2. \tag{5}$$

Примѣнивъ это уравненіе къ тремъ наблюденіямъ, опредѣлимъ: X, Y и Z, а затѣмъ имѣемъ напримѣръ уравненіе:

$$\lambda_1^2 u+v-\frac{Z+\lambda_1^2}{b}\, q=-\lambda_1^4. \tag{6}$$

§ 8. Примѣнивъ это уравненіе къ тѣмъ-же тремъ наблюденіямъ, найдемъ: u, v и q, а слѣдовательно и остальные коэффиціенты: P_1, P_2; q_1 и q_2.

Получаемъ слѣдующія формулы для никкеля:

$$A=1-\frac{55{,}648\,.\,\lambda_1^2}{\lambda_1^2+142{,}096}+\frac{0{,}647\,.\,\lambda_1^2}{\lambda_1^2-2{,}510},$$

$$B=-\frac{5{,}072\,.\,\lambda_1^3}{\lambda_1^2+142{,}096}-\frac{1{,}135\,.\,\lambda_1^3}{\lambda_1^2-2{,}510}.$$

---

[1]) Количество q есть прежнее C (§ 4), а X, Y и Z настоящаго параграфа суть отношенія $X:C$; $Y:C$ и $Z:C$ § 4.

Согласіе получается худшее, такъ напримѣръ для $\lambda_1 = 4,86$ имѣемъ:

$$A = -6,208 \text{ вм. } -6,918 \quad \text{и} \quad B = -9,685 \text{ вм. } -10,717,$$

а для $\lambda_1 = 6,0$:

$$A = -9,554 \text{ вм. } -9,576 \quad \text{и} \quad B = -13,47 \text{ вм. } -13,52.$$

Для всей разсматриваемой области имѣемъ:

λ_1	$A_{выч.}$	$A_{набл.}$	$B_{выч.}$	$B_{набл.}$
4,31	— 4,686	— 4,685	— 8,182	— 8,182
4,50	— 5,185	— 6,102	— 8,676	— 9,418
4,86	— 6,208	— 6,918	— 9,685	—10,717
5,00	— 6,607	— 7,204	—10,101	—10,800
5,50	— 8,062	— 8,156	—11,702	—12,070
5,89	— 9,224	— 9,222	—13,068	—13,067
6,00	— 9,554	— 9,576	—13,470	—13,520
6,50	—11,066	—10,388	—15,304	—14,790
6,71	—11,705	—11,704	—16,253	—16,252
7,00	—12,587	—13,823	—17,476	—18,040

§ 9. Для полнаго сравненія всѣхъ формулъ вычислимъ постоянныя никкеля въ формулѣ (I). Значенія Q и z^2 останутся тѣже, измѣнятся лишь P и A_0, да взойдетъ новый коэффиціентъ k. Возьмемъ среднее наблюденіе для $\lambda_1 = 5,89$. Оказывается, что членъ $k\lambda_1^2$ для Ni негодится.

Для дальнѣйшей повѣрки опредѣлимъ A и B для длины волнъ въ 2,51; 3,05; 3,87 и 4,20. Для этихъ волнъ Рубенсъ опредѣлилъ отражательную способность никкеля. Найдемъ для A значенія:

$$+0,758; \; -1,456; \; -2,671 \text{ и } -4,391;$$

а для B:

$$-14,46; \; -4,521; \; -6,502 \text{ и } 7,913.$$

Зная A и B, найдемъ n и $\varkappa$, а именно:

$$n \quad 2,760 \quad 1,282 \quad 1,476 \quad 1,526,$$

$$\varkappa \quad 0,949 \quad 1,375 \quad 1,492 \quad 1,698.$$

Примѣняя сюда правило Кундта, найденное имъ для поглощающихъ срединъ, можемъ утверждать, что maximum поглощенія лежитъ между $\lambda_1 = 2,51$ и $3,05$, когда $\varkappa = 1$. Простой интерполяціей найдемъ, что тогда $\lambda_1 = 2,54$.

Опредѣляя R по n и $\varkappa$ и сравнивая съ наблюденіями, получимъ слѣдующее:

$$R_{выч.}\quad 47{,}4 \quad 38{,}3 \quad 46{,}2 \quad 53{,}4\,,$$

$$R_{набл.}\quad 37{,}4 \quad 44{,}2 \quad 48{,}8 \quad 56{,}6\,.$$

Для экстраполяціи результаты достаточно удовлетворительны. Если бы опредѣлить A и B, а затѣмъ и R при помощи нашихъ болѣе простыхъ формулъ, то нашли-бы:

$$R_{выч}\quad 17{,}2 \quad 21{,}6 \quad 34{,}3 \quad \text{и} \quad 52{,}7$$

совпаденіе худшее, чего можно было ожидать, такъ какъ въ нашихъ простыхъ формулахъ постоянныхъ входитъ только 4, а не 6.

§ 10. Перейдемъ теперь къ наблюденіямъ надъ дисперсіей *кобальта*. Миноръ въ 1903 году [1]) произвелъ рядъ опредѣленій n и $\varkappa$ по способу Фойхта для области отъ $\lambda_1 = 2{,}313$ до $\lambda_1 = 5{,}893$. Примѣняя всѣ наблюденія, находимъ по способу наименьшихъ квадратовъ значенія коэффиціентовъ формулъ (I) (безъ члена съ k) и (II):

$$A_0 = 11{,}345;\ P = 24{,}347\,;\ Q = 3{,}333\,;\ z^2 = 5{,}243\,,$$

такъ что дисперсія C_0 представится слѣдующими формулами:

$$A = 11{,}345 - \frac{24{,}347\,.\,\lambda_1^2}{\lambda_1^2 + 5{,}243}\,;\quad B = -\frac{3{,}333\,.\,\lambda_1^3}{\lambda_1^2 + 5{,}243}\,.$$

Для повѣрки сравнимъ вычисленныя значенія A и B съ наблюденными, т. е. найденными по наблюденнымъ n и $\varkappa$:

λ_1	$A_{выч.}$	$A_{набл.}$	[1]) $B_{выч.}$	$B_{набл.}$
2,313	— 0,952	— 0,829	— 3,894	— 3,142
2,573	— 2,243	— 1,728	— 4,787	— 4,519
2,749	— 3,029	— 2,592	— 5,409	— 6,035
2,981	— 3,968	— 3,193	— 6,107	— 7,000
3,467	— 5,607	— 3,752	— 8,047	— 7,615
3,950	— 6,878	— 5,833	— 9,853	— 9,476
4,500	— 7,995	— 8,492	— 11,915	— 12,261
5,000	— 8,781	— 10,047	— 13,778	— 14,325
5,550	— 9,405	— 11,047	— 15,625	— 15,091
5,893	— 9,809	— 11,817	— 17,068	— 17,130
6,400	— 10,240	— 12,628	— 18,911	— 18,504
6,300	— 10,161	— 12,679	— 18,550	— 18,640

[1]) Annalen der Physik. Bd. 10. p. 608 (1903).

Мы еще прибавили одно наблюденіе Друде для $\lambda_1 = 6{,}3$.

Согласіе не особенно удовлетворительное и для видимой части спектра лучше, чѣмъ для ультрафіолетовой области, что особенно замѣтно для величины B.

Если введемъ членъ съ $k\lambda_1^2$, то при прежнихъ значеніяхъ Q и z^2 найдемъ по способу наименьшихъ квадратовъ:

$$A = 3{,}902 - 0{,}2967 . \lambda_1^2 - \frac{6{,}908 . \lambda_1^2}{\lambda_1^2 + 5{,}243}.$$

Сравненіе дастъ:

λ_1	$A_{выч.}$	$A_{наб.}$	λ_1	$A_{выч.}$	$A_{наб}$
2,313	— 1,174	— 0,829	4,50	— 7,593	— 8,492
2,573	— 1,917	— 1,728	5,00	— 9,226	— 10,047
2,749	— 2,418	— 2,592	5,50	— 10,960	— 11,047
2,981	— 3,080	— 3,193	5,893	— 12,404	— 11,827
3,467	— 4,474	— 3,752	6,30	— 13,976	— 12,679
3,950	— 5,897	— 5,833			

Согласіе уже болѣе удовлетворительное.

Для дальнѣйшаго сравненія вычислимъ A и B для волнъ: 4,31; 4,86; 5,89; 6,44 и 6,71, для которыхъ Дюбуа и Рубенсъ [1]) въ 1890 г. непосредственно опредѣляли по способу Кундта показатели преломленія n. Этотъ послѣдній по A и B находится изъ формулы:

$$2n^2 = \sqrt{A^2 + B^2} + A.$$

Получаемъ слѣдующій результатъ:

n по вычисленію	1,76	1,84	2,08	2,17	2,21,
n по наблюденію	2,11	2,39	2,76	3,10	3,22.

Согласіе слабое, но характеръ измѣненія общій.

Если вычислимъ постоянныя по формуламъ Друде, принимая для Co величину $\sigma_\nu = 9{,}875$. то получимъ, исходя изъ наблюденій для $\lambda_1 = 2.313$; 3,950 и 5,893:

$$A = 1 + \frac{0{,}3023 . \lambda_1^2}{\lambda_1^2 + 1{,}46} - \frac{522{,}702 . \lambda_1^2}{\lambda_1^2 + 1349{,}34},$$

$$B = -\frac{1{,}418 . \lambda_1^3}{\lambda_1^2 + 1{,}46} - \frac{61{,}585 . \lambda_1^3}{\lambda_1^2 + 1379{,}34}.$$

[1]) Annalen der Physik und Chemie. Bd. 41, p. 521 (1890).

При этомъ для опредѣленія z_1^2 и z_2^2 пользовались наблюденіями $1(\lambda_1 = 2{,}313)$ и $3(\lambda_1 = 5{,}893)$. Обратная повѣрка даетъ:

λ_1	$A_{выч.}$	$A_{наб.}$	$B_{выч.}$	$B_{наб.}$
2,313	— 0,826	— 0,829	— 3,141	— 3,142
2,573	— 1,304	— 1,728	— 3,757	— 4,519
2,749	— 1,658	— 2,592	— 4,210	— 6,035
2,981	— 2,160	— 3,193	— 4,831	— 7,000
3,467	— 3,345	— 3,752	— 6,270	— 7,615
3,950	— 4,698	— 5,833	— 7,905	— 9,476
4,500	— 6,446	— 8,492	— 10,051	— 12,261
5,000	— 8,222	— 10,047	— 12,302	— 14,325
5,500	— 10,173	— 11,047	— 14,869	— 15,991
5,893	— 11,825	— 11,827	— 17,127	— 17,130
6,300	— 13,644	— 12,679	— 19,705	— 18,630

Въ послѣдней строкѣ мы прибавили наблюденіе Друде надъ кобальтомъ. Въ общемъ согласіи вычисленій и наблюденій слабое и хуже, чѣмъ по нашимъ формуламъ.

Если-бы для опредѣленія z_1^2 и z_2^2 взяли наблюденія 2 и 3 или 1 и 2, то имѣли-бы для $z_1^2 + z_2^2$ числа: 974,540 и 1552,390, а для $z_1^2 z_2^2$ числа: 3976,57 и $-5039{,}60$.

Хотя эти числа не особенно согласны, но возьмемъ среднія значенія и тогда найдемъ:

$$z_1^2 = 1292{,}218 \quad \text{и} \quad z_2^2 = 0{,}352\,,$$

а при помощи ихъ опредѣляемъ:

$$P_1 = 522{,}267\,; \quad P_2 = 0{,}1326\,; \quad q_1 = 61{,}469 \quad \text{и} \quad q_2 = 1{,}534\,,$$

эти коэффиціенты близки къ прежнимъ.

Такимъ образомъ находимъ для дисперсіи кобальта слѣдующія формулы въ электронной теоріи Друде:

$$A = 1 - \frac{522{,}267\,.\,\lambda_1^2}{\lambda_1^2 + 1292{,}218} - \frac{0{,}1326\,.\,\lambda_1^2}{\lambda_1^2 + 0{,}352}\,,$$

$$B = -\frac{61{,}469\,.\,\lambda_1^3}{\lambda_1^2 + 1292{,}218} - \frac{1{,}534\,.\,\lambda_1^3}{\lambda_1^2 + 0{,}352}\,.$$

Эти формулы даютъ для A и B числа уже болѣе близкія къ дѣйствительности, хотя все еще худшія, чѣмъ наши формулы. Вотъ примѣры:

λ_1	2,313	2,749	2,981	5,000
$A_{выч.}$	—1,277	—2,164	—2,695	—9,043
$B_{выч.}$	—3,915	—5,011	—5,649	—13,390.

Слѣдовательно и здѣсь заключеніе въ пользу нашихъ формулъ.

§ 11. *Желѣзо.* Разберемъ теперь наблюденія надъ дисперсіей желѣза, какъ Минора, такъ и Рубенса съ Гагеномъ и Дюбуа.

Наблюденія Минора обнимаютъ область отъ $\lambda_1 = 2{,}265\,(226{,}^{\mu\mu}5)$ до $\lambda_1 = 6{,}3\,(630{,}^{\mu\mu}0)$, т. е, область видимыхъ лучей и ультрафіолетовыхъ; инфракрасныхъ Миноръ не наблюдалъ.

Вычисляя всѣ 12 наблюденій по способу наименьшихъ квадратовъ, мы нашли, что дисперсія желѣза (стали) можетъ быть представлена слѣдующими формулами съ четырьмя коэффиціентами:

$$A = 1{,}145 - \frac{5{,}960\,.\,\lambda_1^2}{\lambda_1^2 + 2{,}960}, \quad B = -\frac{2{,}786\,.\,\lambda_1^3}{\lambda_1^2 + 2{,}960}.$$

Обратная повѣрка даетъ слѣдующія результаты:

λ_1	$-A_{выч.}$	$-A_{наб.}$	$-B_{выч.}$	$-B_{наб.}$	$-A_{выч.}$ по 2-й фор.
2,265	2,634	0,991	4,002	4,259	1,865
2,313	2,692	1,094	4,149	4,424	1,904
2,573	2,973	1,579	4,954	5,140	2,119
2,981	3,326	2,039	6,230	5,593	2,471
3,255	3,513	2,487	7,089	5,706	2,719
3,611	3,712	3,806	8,200	7,484	3,061
4,000	3,864	4,600	9,405	9,161	3,506
4,500	4,054	5,055	10,938	11,032	4,018
5,000	4,184	5,515	12,456	13,159	4,558
5,500	4,283	5,569	13,958	15,252	5,292
5,893	4,346	5,610	15,832	17,073	5,856
6,300	4,401	5,493	16,334	18,783	6,365

Согласіе слабое, особенно для A, поэтому мы ввели членъ съ λ_1^2 и получили для A формулу:

$$A = -0{,}4454 - 0{,}12275\,\lambda_1^2 - \frac{1{,}2455\,.\,\lambda_1^2}{\lambda_1^2 + 2{,}960}.$$

Значенія A, вычисленныя по этой формулѣ, помѣщены въ шестомъ столбцѣ предыдущей таблицы.

Согласіе лучше, но все еще слабое.

Любопытно, что если-бы мы разбили всю область наблюденій на двѣ: ультрафіолетовую и видимую, то получили-бы для первой формулы:

$$A = 26{,}528 - \frac{32{,}485 \, . \, \lambda_1^2}{\lambda_1^2 + 0{,}926}, \quad B = -\frac{2{,}220 \, . \, \lambda_1^3}{\lambda_1^2 + 0{,}926},$$

а для второй:

$$A = -1{,}642 - \frac{4{,}840 \, . \, \lambda_1^2}{\lambda_1^2 + 10{,}166}, \quad B = -\frac{3{,}745 \, . \, \lambda_1^3}{\lambda_1^2 + 10{,}166}.$$

Согласіе получается болѣе совершенное, какъ видно изъ чиселъ найденныхъ для A и B въ обѣихъ областяхъ:

λ_1	2,265	2,313	2,573	2,981	3,255	3,611
$-A_{выч.}$	0,992	1,165	1,973	2,893	3,346	3,802
$-B_{выч.}$	4,259	4,377	5,010	5,992	6,644	7,483

ультрафіолетовой и

λ_1	4,000	4,500	5,000	5,500	5,893	6,300
$-A_{выч.}$	4,601	4,864	5,083	5,265	5,386	5,495
$-B_{выч.}$	9,160	11,221	13,313	15,418	17,073	18,788

для видимой области спектра; причемъ для вычисленія коэффиціентовъ служили крайнія наблюденія въ каждой области. Согласіе, какъ видно, весьма удовлетворительное.

Разсмотримъ теперь формулы электронной теоріи Друде. Примемъ относительный коэффиціентъ электропроводности для стали 5,0, тогда получимъ $C = 31{,}90$ и мы найдемъ изъ тѣхъ-же трехъ наблюденій слѣдующія формулы для A и B:

$$A = 1 - \frac{66{,}120 \, . \, \lambda_1^2}{\lambda_1^2 + 327{,}708} - \frac{0{,}4459 \, . \, \lambda_1^2}{\lambda_1^2 - 8{,}812},$$

$$B = -\frac{31{,}818 \, . \, \lambda_1^3}{\lambda_1^2 + 327{,}708} - \frac{0{,}0824 \, . \, \lambda_1^3}{\lambda_1^2 - 8{,}812}, —$$

формулы явно не состоятельныя.

§ 12. Примѣнимъ теперь наши формулы къ наблюденіямъ Рубенса и Дюбуа [1]), и Рубенса одного [2]) надъ сталью.

Эти наблюденія обнимаютъ область отъ $\lambda_1 = 4{,}31$ до $\lambda_1 = 7{,}0$ и даютъ для нѣкоторыхъ волнъ количества отраженнаго свѣта (въ %% падающаго), а для другихъ показатель преломленія; по этимъ даннымъ мы вычисляемъ количество $n\varkappa$ по формуламъ § 2. Такимъ образомъ имѣемъ слѣдующій рядъ данныхъ:

λ_1	4,31	4,50	4,86	5,00	5,50	5,89	6,00	6,44	6,50	6,71	7,0
n	2,05	*2,18*	2,43	*2,47*	*2,61*	2,72	*2,79*	3,06	*3,07*	3,12	*3,20*
R%	*53,2*	55,4	*55,1*	55,0	55,0	*55,5*	55,7	*56,3*	56,4	*57,3*	58,5.

Здѣсь косыя числа опредѣлены интерполированіемъ (а крайнія— экстраполированіемъ) и значенія отражательной способности R взяты среднія изъ всѣхъ наблюденій названныхъ ученыхъ.

Взявъ за исходныя наблюденія для $\lambda_1 = 4{,}31$ и $\lambda_1 = 6{,}71$, получимъ слѣдующія формулы для дисперсіи стали въ наблюдаемой области (видимыхъ лучей):

$$A = -11{,}742 + \frac{10{,}673 \,.\, \lambda_1^2}{\lambda_1^2 + 7{,}087}, \quad B = -\frac{3{,}767 \,.\, \lambda_1^3}{\lambda_1^2 + 7{,}087}.$$

Производя обратную повѣрку, находимъ слѣдующія результаты:

λ_1	$-A_{выч.}$	$-A_{наб.}$	$-B_{выч.}$	$-B_{наб.}$
4,31	4,016	4,015	11,752	11,754
4,50	3,836	4,688	12,557	13,396
4,86	3,532	3,972	14,083	15,279
5,00	3,426	3,814	14,675	15,555
5,50	3,095	3,356	16,786	16,645
5,89	2,879	3,214	18,425	17,722
6,00	2,824	3,044	18,884	18,362
6,44	2,197	2,161	20,720	20,776
6,50	2,602	2,175	20,968	20,912
6,71	2,520	2,519	21,839	21,843

[1]) Ann. d. Physik und Chemie. Bd. 41. p. 521. (1890).
[2]) Id. Bd. 37, p. 265, (1889).

Согласіе достаточное, особенно для болѣе длинныхъ волнъ. Можно еще экстраполировать n и R для $\lambda_1 = 7{,}0$ и $10{,}0$; получаются для A и B значенія: $-2{,}417$; $-1{,}775$ для A и $-23{,}04$ и $-35{,}18$ для B.

Наши формулы даютъ: $-2{,}963$; $-1{,}623$ и $-23{,}26$; $-35{,}20$.

Можно получить еще сравненіе отражательной способности для инфракрасныхъ волнъ. Такъ для незакаленной стали Рубенсъ и Гагенъ нашли, что для

λ_1	8,0	12,0	15,0
$R^0/_0$	58,0	67,8	71,9 [1]).

Вычисляя для этихъ волнъ A и B по нашимъ формуламъ, а затѣмъ опредѣляя по нимъ R, найдемъ для него значенія: 59,9; 65,7; 68,7. Даже для $\lambda_1 = 20{,}0$ еще имѣемъ $R = 72{,}3^0/_0$, а наблюденіе даетъ $76{,}7^0/_0$.

Если-бы вычислили формулу для A съ членомъ $k\lambda_1^2$, то нашли-бы, присоединивъ къ крайнимъ наблюденіямъ еще наблюденіе для $\lambda_1 = 5{,}0$:

$$A = -3{,}513 + 0{,}0694 \, . \, \lambda_1^2 - \frac{2{,}465 \, . \, \lambda_1^2}{\lambda_1^2 + 7{,}087} \, .$$

Сравненіе результатовъ вычисленій и наблюденій дало-бы слѣдующее:

λ_1	4,31	4,50	4,86	5,00	5,50	5,89	6,00	6,44	6,50	6,71
$-A_{выч.}$	4,009	3,934	3,770	3,699	3,411	3,153	3,075	2,740	2,693	2,519.

Эти значенія A еще ближе къ наблюденнымъ.

Вообще надо сказать, что наблюденія Рубенса и Гагена, а также Рубенса одного или съ Дюбуа лучше укладываются въ наши формулы, чѣмъ наблюденія Минора; причина этого лежитъ, вѣроятно, въ большей точности наблюденій первыхъ ученыхъ.

§ 13. *Мѣдь.* Наблюденія Минора обнимаютъ область отъ $\lambda_1 = 2{,}313$ до $\lambda_1 = 6{,}300$. Принявъ во вниманіе всю совокупность наблюденій, получимъ по способу наименьшихъ квадратовъ слѣдующія формулы для представленія дисперсіи мѣди:

$$A = -9{,}479 + \frac{4{,}287 \, . \, \lambda_1^2}{\lambda_1^2 - 3{,}618} \, , \quad B = -\frac{0{,}6746 \, . \, \lambda_1^3}{\lambda_1^2 - 3{,}618} \qquad (1)$$

если ограничимся простѣйшей формой для A, если-же примемъ въ расчетъ членъ $k\lambda_1^2$, то получимъ:

$$A = 4{,}554 - 0{,}2819 \, . \, \lambda_1^2 - \frac{1{,}1996 \, . \, \lambda_1^2}{\lambda_1^2 - 3{,}618} \, . \qquad (2)$$

[1]) Изъ другихъ наблюденій $70{,}8^0/_0$.

Вотъ результаты обратной повѣрки:

λ_1	$-A_{выч.}$ по 1-й фор.	$-A_{выч.}$ по 2-й фор.	$-A_{наб.}$	$-B_{выч.}$	$-B_{наб.}$
2,313	—3,563	0,659	0,191	4,820	4,039
2,573	0,025	—0,042	0,054	3,828	3,979
2,749	1,255	—0,122	0,033	3,588	3,766
2,981	2,248	—0,026	0,157	3,392	3,313
3,467	3,346	0,555	0,733	3,346	3,469
3,950	3,898	1,407	1,732	3,469	4,136
4,500	4,260	2,616	3,339	3,696	4,861
5,000	4,467	3,997	4,275	3,944	5,141
5,350	4,572	4,889	4,172	4,131	4,570
5,500	4,610	5,337	4,192	4,214	3,984
5,750	4,666	6,115	5,471	4,356	3,161
5,893	4,694	6,576	6,536	4,448	3,245
6,300	4,762	7,946	8,756	4,676	3,385

Согласіе, особенно для ультрафіолетовой части, слабое.

Если вычислимъ формулы электронной теоріи Друде, то встрѣтимся съ тѣмъ-же обстоятельствомъ, какъ и въ случаѣ желѣза.

§ 14. Примѣняя „электронныя" формулы къ мѣди и руководясь графикой R по наблюденіямъ Минора, можно думать, что между $\lambda_1 = 4,5$ и $\lambda_1 = 5,893$ нѣтъ сильнаго поглощенія, поэтому получимъ слѣдующія формулы для области (4,5 — 5,893):

$$A = 1 - \frac{2,580 \, . \, \lambda_1^2}{\lambda_1^2 - 5,188} - \frac{0,941 \, . \, \lambda_1^2}{41,952 - \lambda_1^2},$$

$$B = \frac{0,8746 \, . \, \lambda_1^3}{\lambda_1^2 - 5,138} + \frac{0,0991 \, . \, \lambda_1^3}{41,952 - \lambda_1^2}.$$

Сравненіе съ наблюденіями Минора дастъ:

λ_1	$-A_{выч.}$	$-A_{наб.}$	$-B_{выч.}$	$-B_{наб.}$
4,50	3,335	3,339	4,858	4,861
5,00	3,635	4,275	4,773	5,141
5,35	4,165	4,172	4,591	4,570
5,50	5,346	4,192	4,385	3,984
5,75	5,554	5,471	3,837	3,161
5,893	6,553	6,536	3,241	3,245

Очень можетъ быть, что существуютъ области поглощенія и внутри этихъ предѣловъ λ_1, напримѣръ, вѣроятно, вблизи $\lambda_1 = 5{,}0$ и $\lambda_1 = 5{,}5$, но вслѣдствіе большого интервала въ наблюденіяхъ они не обнаруживаются графикой R.

Сравненіе этихъ результатовъ съ результатами по другимъ формуламъ [(1) и (2)], какъ будто говоритъ въ пользу первыхъ.

§ 15. *Золото.* Для золота имѣемъ большой рядъ наблюденій Рубенса и Гагена [1]). Примемъ за основныя крайнія наблюденія: $\lambda_1 = 6{,}5$ и $\lambda_1 = 25{,}0$, слѣдовательно, имѣемъ дѣло главнымъ образомъ съ инфракрасной областью спектра. Для этихъ значеній вычислимъ:

$$A = -12{,}82 \text{ и } -279{,}2\,, \qquad B = -2{,}792 \text{ и } -85{,}51\,.$$

Съ этими данными находимъ для дисперсіи золота въ разсматриваемой области слѣдующія формулы:

$$A = 25{,}62 - \frac{615{,}01\,.\,\lambda_1^2}{\lambda_1^2 + 636{,}34}, \quad B = -\frac{6{,}9012\,.\,\lambda_1^3}{\lambda_1^2 + 636{,}34}.$$

Обратная повѣрка даетъ:

λ_1	$-A_{выч.}$	$-A_{наб.}$	$-B_{выч.}$	$-B_{наб.}$
6,5	12,65	12,82	2,791	2,792
7,0	18,35	17,08	3,454	3,139
8,0	30,58	26,94	5,045	3,841
10,0	57,91	47,20	9,372	9,250
12,0	87,88	78,10	15,280	12,390
15,0	135,04	126,70	27,04	22,370
20,0	211,74	233,00	53,27	62,830
25,0	279,11	279,2	85,48	85,510

Здѣсь мы опредѣляли n по найденнымъ изъ опыта $n\varkappa = g$ и R, пользуясь формулой (§ 2):

$$n = q - \sqrt{q^2 - g^2 - 1}\,,$$

гдѣ

$$q = \frac{1+R}{1-R}\,.$$

[1]) Ann. d. Physik. Bd. 1, p. 373 (1900). Bd. 8, p. 17 и p. 447 (1902), Bd. 11, p. 881 (1903).

Хотя для R мы брали среднее изъ различныхъ опредѣленій Рубенса и Гагена, но всетаки и малая погрѣшность въ R вызываетъ очень большую въ q, а, слѣдовательно, и въ n; дѣйствительно, обозначимъ погрѣшность въ R черезъ ΔR, а въ q черезъ Δq, найдемъ:

$$\Delta q = \frac{2R}{(1-R)^2}\Delta R.$$

Чтобы яснѣе видѣть степень приложимости нашихъ простыхъ формулъ къ золоту, мы вычислили постоянныя изъ значеній для $\lambda_1 = 6{,}5$ и 20, а также для $\lambda_1 = 7{,}0$ и 25 и нашли:

$$A_0 = 22{,}20; \quad P = 1000{,}80; \quad Q = 12{,}320 \quad \text{и} \quad z^2 = 1169{,}10$$

для первой комбинаціи и

$$A_0 = 22{,}48; \quad P = 691{,}50; \quad Q = 7{,}840 \quad \text{и} \quad z^2 = 807{,}60$$

для второй. Разницы въ виду замѣченнаго выше понятны. Если-бы взяли за крайнія наблюденія для $\lambda_1 = 6{,}0$ и $\lambda_1 = 25{,}0$, то нашли-бы:

$$A_0 = 27{,}21; \quad P = 577{,}35; \quad Q = 6{,}142 \quad \text{и} \quad z^2 = 550{,}05.$$

Если возьмемъ среднія изъ этихъ и первыхъ (область 6,5 — 25,0), то получимъ для золота:

$$A = 26{,}42 - \frac{596{,}18 \, . \, \lambda_1^2}{\lambda_1^2 + 593{,}20}, \quad B = -\frac{6{,}521 \, . \, \lambda_1^3}{\lambda_1^2 + 593{,}20}.$$

Обратная повѣрка даетъ:

λ_1	$-A_{выч.}$	$-A_{наб.}$	$-B_{выч.}$	$-B_{наб.}$
6,0	7,69	8,32	2,238	2,264
6,5	13,22	12,65	2,818	2,792
7,0	19,07	16,91	3,483	3,139
8,0	31,64	26,72	5,080	3,841
10,0	59,58	47,35	9,407	9,250
12,0	90,03	77,83	15,285	12,390
15,0	137,53	127,73	26,898	22,370
20,0	213,69	232,90	52,524	62,830
25,0	279,45	279,77	83,640	85,510

На сколько послѣдняя формула даетъ результаты близкіе къ дѣйствительности, видно еще изъ слѣдующаго примѣра. Вычисливъ A и B для $\lambda_1 = 30,0$ (т. е. $3^{\mu},0$), получимъ: $A = -332,91$ и $B = -117,91$, а отсюда найдемъ:

$$n = 3,183 \quad \text{и} \quad n\varkappa = 18,52 .$$

Экстраполированіе наблюденій Рубенса и Гагена даетъ $n\varkappa = 18,40$.

А если вычислимъ отражательную способность для этой волны, то найдемъ: $R = 96,5\%$, а прямыя наблюденія Рубенса и Гагена [1]) дали: $96,7\%$.

Мы разсмотрѣли инфракрасную область дисперсіи золота, что-же касается видимой или ультрафіолетовой, то здѣсь изъ наблюденій Рубенса и Гагена нельзя вывести значеній n, такъ какъ они получаются комплексными.

§ 16. Разсматривая кривую прозрачности золота по наблюденіямъ Гагена и Рубенса (An. d. Ph. Bd. 8, p. 450) или таблицу 4 (p. 447) можно приложить формулы § 7, разбивъ всѣ наблюденія на области отъ $\lambda_1 = 4,5$ до 8,0, затѣмъ отъ 10 до 20. Получаемъ для первой области (4,5 — 8,0):

$$A = 1 - \frac{0,2902 \cdot \lambda_1^2}{18,232 - \lambda_1^2} - \frac{20,595 \cdot \lambda_1^2}{110,876 - \lambda_1^2},$$

$$B = \frac{0,1086 \cdot \lambda_1^3}{18,232 - \lambda_1^2} - \frac{0,3267 \cdot \lambda_1^3}{110,876 - \lambda_1^2}.$$

Повѣрка даетъ слѣдующія результаты:

λ_1	$-A_{выч.}$	$-A_{наб.}$	$-B_{выч.}$	$-B_{наб.}$
4,5	0,692	0,692	5,229	5,249
5,0	3,924	2,814(?)	2,482	5,022(?)
5,5	5,997	5,145	2,178	2,260
6,0	8,314	8,317	2,263	2,264
6,5	11,168	12,650	2,549	2,943
7,0	14,847	16,910	3,022	3,172
8,0	26,710	26,720	4,783	4,783

1) Ann. d. Physik. Bd. 11, p. 881 (1903).

Если-бы опредѣлили R и сравнили-бы съ непосредственными наблюденiями Гагена и Рубенса, то получили-бы слѣдующую таблицу:

λ_1	4,5	5,0	5,5	6,0	6,5	7,0	8,0	$(0^{\mu},1)$
$R_{выч.}$	34,87	64,93	78,78	85,05	88,53	90,79	93,65	%
$R_{наб.}$	34,95	47,15	74,35	85,0	88,9	91,9	93,65.	

Опредѣленiе R, а также A и B для $\lambda_1 = 5{,}0$ должно быть ошибочно, ибо вычисленiе $g = n\varkappa$ даетъ совершенно совпадающiе результаты, какъ видно изъ приводимыхъ чиселъ для такой-же длины волнъ:

$n\varkappa$ *выч.*	1,727	2,075	2,487	2,912	3,363	3,873	5,189
$n\varkappa$ *наб.*	1,73	2,07	2,32	2,91	3,58	4,13	5,19.

Предыдущая формула даетъ для $\lambda_1 = 4{,}2$ minimum прозрачности (maximum R), что видно изъ графики.

Для области 10—20 получаемъ:

$$A = 1 - \frac{0{,}566 \,.\, \lambda_1^2}{\lambda_1^2 - 199{,}67} - \frac{923{,}31 \,.\, \lambda_1^2}{1986{,}67 - \lambda_1^2},$$

$$B = \frac{0{,}0259 \,.\, \lambda_1^3}{\lambda_1^2 - 199{,}67} - \frac{12{,}818 \,.\, \lambda_1^3}{1986{,}67 - \lambda_1^2}.$$

Обратный разсчетъ дастъ:

λ_1	$-A_{выч.}$	$-A_{наб.}$	$-B_{выч.}$	$-B_{наб.}$
10	47,372	47,35	7,254	7,050
12	69,689	77,83	12,824	12,39
15	121,95	127,73	21,162	22,10
20	232,90	232,90	65,66	63,60

Если-бы пожелали представить одной формулой всю область наблюденiй (4,5 — 25,0), то это оказалось-бы не возможнымъ, ибо при $\lambda_1 = 8{,}5$ должно существовать сильное поглощенiе.

При этихъ вычисленiяхъ $n\varkappa$ по A и B мы пользовались формулами:

$$\varepsilon = \frac{A}{B}, \quad \varkappa = \varepsilon + \sqrt{\varepsilon^2 + 1}, \quad n^2 = -\frac{B}{2\varkappa}$$

и слѣдовательно,

$$n\varkappa = \varkappa\sqrt{-\frac{B}{2\varkappa}},$$

легко находимыхъ изъ положеній:

$$n^2(1-\varkappa^2)=A\,; \quad 2n^2\varkappa = -B.$$

§ 17. *Платина.* Для платины наблюденія Рубенса и Гагена надъ R и $g = n\varkappa$ даютъ возможность вычислить n въ области $\lambda_1 = 6{,}5$ до $\lambda_1 = 12{,}0$, т. е. отъ $0{,}^{\mu}65$ до $1{,}^{\mu}2$. Для этой области получаются формулы:

$$A = 31{,}16 - \frac{72{,}53\,.\,\lambda_1^2}{\lambda_1^2 + 31{,}17}, \quad B = -\frac{7{,}537\,.\,\lambda_1^3}{\lambda_1^2 + 31{,}17}.$$

Обратная повѣрка даетъ:

λ_1	$-A_{выч.}$	$-A_{наб.}$	$-B_{выч.}$	$-B_{наб.}$
6,5	10,58	10,57	28,19	28,19
7,0	13,17	12,24	32,25	31,76
8,0	17,62	13,06	40,55	42,44
10,0	24,15	23,75	57,46	55,07
12,0	28,46	28,45	74,35	74,35
15,0	32,54	—	99,30	—
20,0	36,13	—	139,84	—
25,0	37,92	—	142,56	—

При помощи вычисленныхъ A и B для $\lambda_1 = 15$; 20 и 25 находимъ n и $n\varkappa$, а такъ какъ послѣднее можно экстраполировать изъ наблюденій Рубенса и Гагена, то имѣемъ еще возможность сравнить наши разсчеты съ опытомъ. Имѣемъ для приведенныхъ трехъ волнъ:

выч.	$n\varkappa$	8,28	9,50	9,63
наб.	$n\varkappa$	8,93	11,10	13,0.

Точно также можно сравнить n, вычисленное по нашимъ формуламъ съ найденнымъ экстраполяціей наблюденій Рубенса и Гагена. Получаемъ:

Вычисл.	n	6,00	9,26	9,32
Экстрап.	n	6,18	8,11	10,14.

Эти числа говорятъ сами за себя.

§ 18. Примѣняя къ платинѣ наши электронныя формулы, найдемъ:

$$A = 1 - \frac{25{,}103 . \lambda_1^2}{\lambda_1^2 + 48{,}70} - \frac{0{,}249 . \lambda_1^2}{\lambda_1^2 - 140{,}32},$$

$$B = -\frac{9{,}299 . \lambda_1^3}{\lambda_1^2 + 48{,}70} + \frac{0{,}024 . \lambda_1^3}{\lambda_1^2 - 140{,}32},$$

причемъ для вычисленія постоянныхъ служили наблюденія Гагена и Рубенса для $\lambda_1 = 6{,}5$; $\lambda_1 = 8{,}0$ и $\lambda_1 = 12{,}0$.

Для обратной повѣрки вычислимъ $n\varkappa = g$ для $\lambda_1 = 7$ и 10.

Получаемъ для λ_1	7	10
$n\varkappa$ вычисленное	4,80	6,33
$n\varkappa$ наблюденное	4,81	6,47.

Для дальнѣйшей повѣрки экстраполируемъ $n\varkappa$ для $\lambda_1 = 15$; 20 и 25. Найдемъ:

$n\varkappa$ вычисленное	8,24	9,70	10,84
$n\varkappa$ наблюденное	8,93	11,10	13,00.

Слѣдовательно и экстраполяція даетъ еще результаты достаточно удовлетворительные.

Болѣе удовлетворительные результаты получаются при вычисленіи $g = n\varkappa$ для болѣе короткихъ волнъ.

Такъ для

	$\lambda_1 =$	3,26	3,85	4,5	5,0	6,0
вычисленное	$n\varkappa =$	2,23	2,69	3,175	3,53	3,53
наблюденное	$n\varkappa =$	2,34	2,76	3,07	3,52	4,16.

Такимъ образомъ формула, вычисленная нами для платины, можетъ обнимать область дисперсіи отъ $\lambda_1 = 3{,}26$ до $\lambda_1 = 20$ или даже 25.

§ 19. *Серебро.* Возьмемъ сначала наблюденія Рубенса и Гагена въ области $0{,}^{\mu}42 - 1{,}^{\mu}5$. Имѣемъ рядъ значеній $n\varkappa$ и R, по которымъ вычислимъ n; находимъ:

λ_1	4,2	4,5	5,0	5,5	6,0	6,5	7,0	8,0	10,0	12,0	15,0
$n\varkappa$	2,31	2,59	3,21	3,78	4,20	4,77	5,52	6,21	8,0	10,3	12,4
R	86,8	90,6	91,6	92,6	92,8	95,9	96,2	96,6	97,3	97,7	97,9
n	0,22	0,20	0,25	0,30	0,35	0,25	0,30	0,34	0,45	0,63	0,82.

Взявъ за основаніе наблюденія для $\lambda_1 = 4{,}2$; 6,0 и 15,0, получимъ для дисперсіи серебра въ области 4,2 — 15,0 ($0{,}^{\mu}42 - 1{,}^{\mu}5$), въ области видимой и инфракрасной, слѣдующія формулы:

$$A = 6{,}440 - 0{,}7435\,.\,\lambda_1^2 + \frac{12{,}765\,.\,\lambda_1^2}{\lambda_1^2 + 145{,}07},$$

$$B = -\frac{2{,}231\,.\,\lambda_1^3}{\lambda_1^2 + 145{,}07}.$$

Обратная повѣрка даетъ:

λ_1	$-A_{выч.}$	$-A_{наб.}$	$-B_{выч.}$	$-B_{наб.}$
4,2	5,291	5,288	1,016	1,016
4,5	7,052	6,668	1,230	1,036
5,0	10,271	10,240	1,640	1,605
5,5	13,848	14,200	2,167	2,268
6,0	17,788	17,520	2,661	2,940
6,5	22,093	22,690	3,271	2,385
7,0	26,769	30,380	3,943	3,312
8,0	37,236	38,440	5,464	4,222
10,0	62,701	63,770	9,316	7,680
12,0	94,261	105,690	13,340	12,980
15,0	153,084	153,090	20,350	20,340

Согласіе достаточное. Для дальнѣйшаго сравненія опредѣлимъ A и B для $\lambda_1 = 20{,}0$, найденнаго Рубенсомъ и Гагеномъ. Найдемъ:

$$A = -281{,}6; \qquad B = -32{,}75\,,$$

а по наблюденію:

$$A = -232{,}1\,; \qquad B = -33{,}02\,.$$

Если-бы отсюда опредѣлили n и $n\varkappa$, то нашли-бы:

$$n = 0{,}974; \qquad n\varkappa = 16{,}81,$$

а Рубенсъ и Гагенъ нашли изъ опыта:

$$n = 1{,}140; \qquad n\varkappa = 15{,}90.$$

Область отъ $\lambda_1 = 4,5$ до $\lambda_1 = 15,0$ можно также представить слѣдующими простыми формулами:

$$A = 16,017 - \frac{516,53 . \lambda_1^2}{\lambda_1^2 + 462,22},$$

$$B = -\frac{4,141 . \lambda_1^3}{\lambda_1^2 + 462,22}.$$

Сравненіе вычисленій и наблюденій даетъ:

λ_1	$-A_{выч.}$	$-A_{наб.}$	$-A_{выч.}$	$-A_{выч.}$	$-A_{наб.}$	$-A_{выч.}$
4,5	5,662	5,657	—	0,782	0,782	—
5,0	10,846	8,362	—	1,062	0,976	—
5,5	15,710	10,945	—	1,399	1,166	—
6,0	24,828	15,641	—	2,063	1,607	—
6,5	27,240	22,69	22,70	2,254	2,385	2,385
7,0	33,48	30,38	29,52	2,779	3,312	2,931
8,0	46,803	38,44	43,95	4,029	4,223	4,224
10,0	75,888	63,770	74,80	7,368	7,680	7,621
12,0	106,680	105,690	106,67	11,804	12,978	12,045
15,0	153,10	153,09	153,04	20,337	20,336	20,332

Согласіе для B значительно больше, чѣмъ для A, какъ это и слѣдовало ожидать.

Если-бы область съузили, взяли-бы напримѣръ отъ $\lambda_1 = 6,5$ до $\lambda_1 = 15,0$, то для B получили-бы еще большее согласіе, если-бы взяли:

$$A = 25,675 - \frac{474,00 . \lambda_1^2}{\lambda_1^2 + 371,73},$$

$$B = -\frac{3,595 . \lambda_1^2}{\lambda_1^2 + 371,83}.$$

Результаты помѣщены въ 4 и 7 столбцахъ предыдущей таблицы.

§ 20. Перейдемъ теперь къ наблюденіямъ Минора [1]), въ области видимой части спектра ($\lambda_1 = 3,95$ до $\lambda_1 = 6,30$). Получимъ слѣдующія формулы:

$$A = 6,889 - \frac{86,912 . \lambda_1^2}{\lambda_1^2 + 113,417},$$

$$B = -\frac{0,9840 . \lambda_1^3}{\lambda_1^2 + 113,417}.$$

[1]) L. c. p. 617.

Замѣтимъ, что здѣсь коэффиціентъ $A_0 = 6{,}889$ близокъ къ найденному въ первой формулѣ: $A_0 = 6{,}440$, а частное $\frac{P}{z^2} = 0{,}7663$, близко къ коэффиціенту $k = 0{,}7435$ той-же формулы (§ 19).

Вычисленія A и B даютъ:

λ_1	$-A_{выч.}$	$-A_{наб.}$	$-B_{выч.}$	$-B_{наб.}$
3,95	3,621	3,620	0,470	0,470
4,50	6,584	5,657	0,671	0,782
5,00	8,805	8,362	0,889	0,979
5,50	11,411	10,945	1,140	1,166
5,893	13,485	13,204	1,359	1,288
6,30	15,641	15,641	1,607	1,607

Согласіе достаточное. Если-бы за крайнія наблюденія взяли наблюденія для $\lambda_1 = 3{,}95$ и $\lambda_1 = 5{,}893$, то получили-бы:

$$A_0 = 7{,}828\,, \quad P = 66{,}320\,, \quad Q = 0{,}6892 \quad \text{и} \quad z^2 = 74{,}775\,,$$

близкія къ прежнимъ значеніямъ.

Если возьмемъ бо́льшую область, напримѣръ отъ $\lambda_1 = 3{,}29$ до $\lambda_1 = 5{,}893$, то получимъ по способу наименьшихъ квадратовъ:

$$A = 4{,}037 - 0{,}5476\,.\,\lambda_1^2 + \frac{1{,}471\,.\,\lambda_1^2}{\lambda_1^2 + 0{,}4022}\,,$$

$$B = -\frac{0{,}1752\,.\,\lambda_1^3}{\lambda_1^2 + 0{,}4022}\,.$$

Сравненіе даетъ слѣдующее:

λ_1	$-A_{выч.}$	$-A_{наб.}$	$-B_{выч.}$	$-B_{наб.}$
3,290	0,472	0,046	0,566	0,581
3,320	0,580	0,358	0,561	0,525
3,360	0,725	0,609	0,569	0,420
3,460	1,096	1,157	0,587	0,481
3,611	1,576	2,064	0,614	0,583
3,950	3,073	3,620	0,675	0,470
4,500	5,609	5,657	0,773	0,782
5,000	8,205	8,362	0,862	0,979
5,590	10,863	10,945	0,951	1,166
5,893	13,282	13,204	1,069	1,288
6,300	16,231	15,641	1,093	1,607

Вслѣдствіе малости ε^2 можно брать приближенныя формулы:

$$A = 5{,}508 - 0{,}5476 \, . \, \lambda_1^2 , \quad B = -0{,}1752 \, . \, \lambda_1^3 .$$

Къ наблюденіямъ Минора мы присоединили еще одно наблюденіе Друде для $\lambda_1 = 6{,}3$.

Согласіе достаточное.

§ 21. Примѣненіе „электронныхъ формулъ" къ серебру можетъ быть сдѣлано для области между двумя полосами поглощенія. Наблюденія Рубенса и Гагена надъ прозрачностью металловъ показываютъ, что для серебра поглощеніе лежитъ за длиной волны $\lambda_1 = 3{,}26$ въ области ультрафіолетовой. Поэтому воспользуемся наблюденіями Минора въ области $3{,}26 - 5{,}5$ [1]). Получимъ слѣдующія формулы:

$$A = 1 - \frac{33{,}883 \, . \, \lambda_1^2}{114{,}142 - \lambda_1^2} + \frac{0{,}627 \, . \, \lambda_1^2}{\lambda_1^2 - 9{,}438} ,$$

$$B = - \frac{0{,}5185 \, . \, \lambda_1^3}{114{,}142 - \lambda_1^2} - \frac{0{,}01387 \, . \, \lambda_1^3}{\lambda_1^2 - 9{,}438} .$$

Сравненіе съ наблюденіями Минора даетъ слѣдующее:

λ_1	$-A_{выч.}$	$-A_{наб.}$	$-B_{выч.}$	$-B_{наб.}$
3,26	—0,323	—0,295	0,586	0,584
3,28	—0,031	—0,169	0,547	0,547
3,29	0,106	0,046	0,526	0,581
3,32	0,433	0,358	0,505	0,525
3,36	0,803	0,609	0,475	0,420
3,46	1,484	1,157	0,438	0,481
3,61	2,232	2,064	0,422	0,583
3,95	3,569	3,620	0,463	0,470
4,50	5,719	5,657	0,620	0,782
5,00	7,998	8,362	0,838	0,979
5,50	10,761	10,945	1,139	1,166
5,893	13,383	13,204	1,448	1,288

[1]) Строго говоря, наблюденія Гагена и Рубенса даютъ область отъ 3,21 до 7,0. Ann. d. Ph. 8, p. 446. (1902).

Вычисляя наблюденія Друде для $\lambda_1 = 6{,}3$, найдемъ:

$$A = -16{,}651 \text{ вм. } -15{,}641 \text{ и } B = -1{,}856 \text{ вм. } -1{,}607.$$

Наблюденія Гагена и Рубенса для области 6,0 — 15,0 даютъ слѣдующія формулы:

$$A = 1 - \frac{3045{,}25 . \lambda_1^2}{4595{,}64 - \lambda_1^2} + \frac{2{,}458 . \lambda_1^2}{\lambda_1^2 - 20{,}06},$$

$$B = -\frac{23{,}460 . \lambda_1^3}{4595{,}64 - \lambda_1^2} - \frac{0{,}1347 . \lambda_1^3}{\lambda_1^2 - 20{,}06}.$$

Сравненіе даетъ слѣдующіе результаты:

λ_1	$-A_{выч.}$	$-A_{наб.}$	$-B_{выч.}$	$-B_{наб.}$
6,0	17,493	17,517	2,936	2,940
6,5	22,606	22,690	3,082	2,385
7,0	27,658	30,380	3,367	3,312
8,0	38,418	38,449	4,220	4,223
10,0	63,664	63,770	6,903	7,680
12,0	94,652	105,690	10,984	12,980
15,0	153,072	153,088	20,333	20,336

Если воспользуемся наблюденіями Гагена и Рубенса въ области 3,26 — 5,5, то получимъ [1]):

$$A = 1 + \frac{1{,}897 . \lambda_1^2}{\lambda_1^2 - 6{,}12} - \frac{63{,}513 . \lambda_1^2}{139{,}56 - \lambda_1^2},$$

$$B = -\frac{0{,}0292 . \lambda_1^3}{\lambda_1^2 - 6{,}12} - \frac{1{,}354 . \lambda_1^3}{139{,}56 - \lambda_1^2},$$

причемъ за основныя наблюденія взяли: 1) $\lambda_1 = 3{,}26$, $n\varkappa = 0{,}449$, и $n = 0{,}661$, 2) $\lambda_1 = 4{,}2$ и 3) $\lambda_1 = 5{,}5$.

[1]) Принявъ за отражательную способность для $\lambda_1 = 3{,}26$ среднее изъ опредѣленій n, а именно 0,661. Тогда $A = +0{,}235$ и $B = -0{,}594$.

Сравненіе даетъ:

λ_1	$-A_{выч.}$	$-A_{наб.}$	$-B_{выч.}$	$-B_{наб.}$
3,26	—0,234	—0,235	0,588	0,594
3,38	0,573	0,673	0,621	0,444
3,57	1,730	1,600	0,687	0,499
3,85	3,314	3,121	0,811	0,769
4,20	5,284	5,288	1,011	1,016
4,50	7,061	6,668	1,223	1,036
5,00	10,347	10,240	1,668	1,605
5,50	14,197	14,200	2,263	2,268
6,00	18,793	17,520	3,035	2,940

Для короткихъ волнъ согласіе меньшее, чѣмъ для длинныхъ; причина въ малой точности опредѣленія R.

§ 22. Обозрѣвая предыдущее, можно утверждать, что и при настоящемъ, неполномъ, знаніи дисперсіи металловъ формулы нашей теоріи въ самой простой формѣ въ достаточной степени удовлетворяютъ наблюденіямъ. Дальнѣйшія наблюденія дадутъ безъ сомнѣнія еще больше данныхъ для подтвержденія предлагаемыхъ формулъ.

Въ заключеніе должно присоединить слѣдующее. Настоящая работа была уже закончена, какъ появилась статья Друде (Ann. d. Ph. Bd. 14, p. 936), въ которой онъ получаетъ нѣкоторые выводы изъ своей „электронной теоріи" металловъ; между тѣмъ какъ повѣрка его формулъ, какъ показано мной выше, приводитъ къ отрицательному результату въ нѣкоторыхъ случаяхъ; это обстоятельство подрываетъ значеніе полученныхъ Друде выводовъ.